

Madre de Dios Capital de la Biodiversidad del Perú  
**UNIVERSIDAD NACIONAL AMAZÓNICA DE  
MADRE DE DIOS**

**VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN**



**INFORME DE INVESTIGACIÓN (Informe Final)**

*Influencia del software matlab en el aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Universidad Alas Peruanas*

*Puerto Maldonado 2017*

**INVESTIGADOR PRINCIPAL:**

Dr./Víctor, Ríos Falcón

**CO-INVESTIGADOR(ES):**

Maestro/Richar Marlon, Mollinedo Chura

**Madre de Dios - Perú**

**2017**

## RESUMEN

La investigación tiene como objetivo central: Determinar la influencia del software matlab en el aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial de Puerto Maldonado, 2017-I., es más, estudiar de acuerdo a la teoría de EDOs, implica ubicarse ante contenidos de matemática superior bien definidos y las componentes de aprendizaje, estos son: capacidad de resolución de problemas, capacidad de comunicación matemática, capacidad de razonamiento y demostración. Para su desarrollo se fundamenta la teoría de EDOs de primer orden lineales y no lineales que constituye variable independiente y la variable dependiente proceso de aprendizaje con inclusión del software matlab y recogiendo la data primaria de involucrados; tipo de investigación aplicada, nivel sustantivo y el diseño es cuasi experimental, aplicada en una muestra 32 estudiantes, a quienes se les aplicó la prueba de entrada y salida en sistema vigesimal. La tarea de estudiar una idea matemática abstracta o concreta que describen fenómeno del contexto real en el tiempo y espacio para aplicarlas en circunstancias necesarias de la vida, pero utilizando las herramientas computacionales del software matlab, esto implica, poner en juego una serie de habilidades, destrezas, técnicas y métodos de resolución de problemas, para alcanzar los objetivos establecidos y responder a las hipótesis dadas, mediante la prueba estadística t estudent para muestras relacionadas con un nivel de significancia del 5%. Los resultados de análisis descriptivo de pre test en la capacidad de aprendizaje razonamiento y demostración el promedio es 15,28 puntos, esto implica logro previsto y otras capacidades de aprendizaje de sistema EDOs se hallan en inicio; manejo de herramientas del software matlab el 65% de estudiantes se hallan en nivel alto. El promedio pre test es 8,34 puntos en se hallan en inicio, mientras promedio post test es 14,123 puntos se halla logro previsto. Los resultados de análisis inferencial con inclusión del software matlab en aprendizaje y sus capacidades de resolución de problemas, comunicación matemática y razonamiento y demostración en estudiantes con nivel del 95% de seguridad estadística; la prueba estadística de t de estudent ( $t(31)=23,204$  y  $p\text{-valor} < 0,05$ ) esto implica, si influye significativamente la inclusión del software matlab en aprendizaje de sistema de EDOs de primer orden y lineal.

**Palabras Claves:** Influencia, software matlab, aprendizaje, ecuaciones diferenciales lineales, estudiantes.

## ABSTRACT

This study aimed to determine the influence of Matlab software in system learning of ordinary differential equations of the first order in Civil Engineering Students Alas Peruanas University Branch of Puerto Maldonado, 2017-I. In fact, study according to the EDOs theory involves locating before well-defined higher mathematics contents and learning components; these are problem solving ability, mathematical communication capacity, reasoning ability, and demonstration. For its development, the theory of linear and non-linear EDOs, which is an independent variable and the dependent variable learning process, including Matlab software and collecting the primary data of those involved. Type of applied research, substantive level, and the design is quasi-experimental, applied in a sample of 32 students, to whom the entry and exit test were applied in the vigesimal system. The task of studying an abstract or concrete mathematical idea that describes the phenomenon of the real context in time and space to apply them in circumstances of life. However, using the computational tools of the Matlab software putting into play a series of skills, skills, techniques, and methods of problem-solving, to reach the established objectives and respond to the given hypothesis, using the student statistical test for samples related to a level of significance of 5%. The results of descriptive analysis of pre-test in the capacity of learning reasoning and demonstration the average is 15.3 points, this implies expected achievement, and other learning capabilities of the EDOs system are in the beginning; Matlab software tools management 65% of students are in high level. The pre-test average is 8.3 points in the beginning, while the average post-test is 14.1 points. The results of inferential analysis including Matlab software in learning and its problem solving, mathematical communication and reasoning and demonstration abilities in students, using t-student test ( $t = 23.2$ ,  $p$ -value  $< 0,05$ ), if it significantly influences the inclusion of Matlab software in system learning of first order and linear EDOs.

**Key words:** Influence, Matlab software, learning, linear differential equations, students.

# ÍNDICE GENERAL

RESUMEN.....	2
ABSTRACT.....	3
ÍNDICE DE TABLAS .....	7
ÍNDICE DE FIGURAS .....	8
INTRODUCCIÓN .....	9
CAPÍTULO I .....	10
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	10
1.1 SITUACIÓN PROBLEMÁTICA.....	10
1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	12
1.2.1 Problema General .....	12
1.2.2 Problemas Específicos .....	12
1.3 JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA.....	13
1.3.1 Justificación.....	13
1.3.2 Importancia.....	14
1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN .....	14
1.4.1 Objetivo General.....	14
1.4.2 Objetivos Específicos .....	15
1.5 ALCANCES Y LIMITACIONES .....	15
1.5.1 Alcances.....	15
1.5.2 Limitaciones.....	15
CAPÍTULO II.....	17
2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN.....	17
2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN.....	17
2.1.1 Internacional .....	17
2.1.2 Nacional .....	18
2.2 BASES TEÓRICAS DE LA INVESTIGACIÓN .....	19
2.2.1 Concepción Filosófica, Pedagógica y Antropológica.....	19
2.2.2 Las TICs en el Siglo XXI.....	20
2.2.3 TICs y Educación universitaria .....	21
2.2.4 El Software educativo .....	23
2.2.5 Características del software educativo .....	23
2.2.6 Funciones del software educativo.....	24
2.2.7 El Software matlab.....	25
2.2.8 Sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.....	28
2.3 RENDIMIENTO ACADÉMICO.....	46

2.3.1	Definición de rendimiento académico .....	47
2.3.1.1	Importancia del Rendimiento Académico .....	48
2.3.1.2	Factores que Influyen en el Rendimiento Académico .....	48
2.3.1.3	Evaluación del Proceso de Aprendizaje .....	48
2.3.1.4	Medición de Niveles de Rendimiento Académico .....	49
2.3.2	Rendimiento académico de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.....	50
2.3.3	Las competencias de capacidades de aprendizaje de sistema de (EDOs).....	50
2.4	DEFINICIÓN DE TÉRMINOS .....	54
<b>CAPITULO III .....</b>		<b>57</b>
<b>3.</b>	<b>HIPÓTESIS Y VARIABLES DE INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>57</b>
3.1	HIPÓTESIS GENERAL Y ESPECÍFICAS.....	57
3.1.1	Hipótesis General .....	57
3.1.2	Hipótesis Específicas .....	57
3.2	IDENTIFICACIÓN y OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES.....	57
3.2.1	Variable independiente.....	57
3.2.2	Variable dependiente.....	58
3.2.3	Tipo y nivel de la investigación .....	60
3.3	DISEÑO Y MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN .....	61
3.3.1	Diseño de la Investigación.....	61
3.3.2	Método de la Investigación.....	62
3.4	MATERIALES DIDACTICOS Y MEDIOS DIDACTICOS .....	62
3.4.1	Materiales didácticos: área de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.....	62
3.4.2	Medios didácticos: área de ecuaciones diferenciales ordinarias .....	63
3.5	UNIVERSO, POBLACION Y MUESTRA.....	63
3.6	TECNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS .....	64
3.6.1	Técnicas de recolección de datos .....	64
<b>CAPÍTULO IV.....</b>		<b>66</b>
<b>4.</b>	<b>ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS .....</b>	<b>66</b>
4.1.	INTRODUCCIÓN .....	66
4.2.	ANÁLISIS ESTADÍSTICO DESCRIPTIVO.....	66
4.2.1.	Análisis descriptivo de puntajes de la aplicación del pre test.....	68
4.2.2.	Manejo del software matlab .....	70
4.2.3.	Análisis de puntajes de la aplicación del post test .....	71
4.2.4.	Comparación de puntajes de aplicación del pre test y post test.....	72
4.3.	ANÁLISIS ESTADÍSTICO INFERENCIAL.....	75
4.3.1.	Análisis de normalidad de puntajes pre test- post test aplicados.....	75

4.3.2.	Prueba de hipótesis.....	76
4.3.2.1.	Hipótesis general.....	76
4.3.2.2.	Hipótesis específicas capacidad de aprendizaje demostración y razonamiento 78	
4.3.2.3.	Hipótesis específica capacidad de aprendizaje comunicación matemática .....	81
4.3.2.4.	Hipótesis específicas capacidad de aprendizaje resolución de problemas .....	84
	<b>RESULTADOS Y DISCUSIONES.....</b>	<b>87</b>
	<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>89</b>
	<b>RECOMENDACIONES .....</b>	<b>90</b>
<b>5.</b>	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>91</b>
	<b>ANEXOS.....</b>	<b>94</b>
	<b>MATRIZ DE CONSISTENCIA.....</b>	<b>95</b>
	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL DE INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>101</b>
	DATOS INFORMATIVOS.....	101
	RELACIÓN DE ESTUDIANTES QUE CONFORMAN LA MUESTRA .....	103
	<b>GUIA DE PRACTICAS N° 1.....</b>	<b>116</b>
	.....	118

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Valoración o nivel de rendimiento académico .....	49
Tabla 2 Operacionalización de variables e indicadores objeto de estudio.....	59
Tabla 3 Componentes de capacidades de aprendizaje sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden .....	59
Tabla 4 Esquema del diseño de investigación. ....	61
Tabla 5 Calificaciones de aplicación de pre tests de aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden estudiantes de Ingeniería Civil 2017-I.....	68
Tabla 6 Facilidad y dificultad de manejo software matlab de estudiantes de la escuela profesional de ingeniería de civil de la Universidad Alas Peruanas-Filial Puerto Maldonado, 2017-I.....	70
Tabla 7 Calificaciones de aplicación de post tests de aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden estudiantes de Ingeniería Civil 2017-I.....	71
Tabla 8 Comparación de puntajes de aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden aplicación de pre test y post test de estudiantes de Ingeniería Civil 2017-I. ....	73
Tabla 9 Distribución de normalidad de las calificaciones de pre test y post test de estudiantes.....	75
Tabla 10 Análisis estadístico descriptivo .....	77
Tabla 11 Correlación de muestras emparejadas .....	77
Tabla 12 Prueba estadística de t student para muestras relacionadas.....	77
Tabla 13 Análisis estadístico descriptivo .....	79
Tabla 14 Correlación de muestras emparejadas .....	79
Tabla 15 Prueba estadística de t student para muestras relacionadas.....	80
Tabla 16 Análisis estadístico descriptivo .....	82
Tabla 17 Correlación de muestras relacionadas.....	82
Tabla 18 Prueba estadística de t student para muestras relacionadas.....	82
Tabla 19 Análisis estadístico descriptivo .....	85
Tabla 20 Correlación de muestras emparejadas .....	85
Tabla 21 Prueba estadística de t student para muestras relacionadas.....	85

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Interface de Matlab 2015R <a href="http://www.mathworks.com">www.mathworks.com</a> .....	28
Figura 2 Funciones Potencia. (a): $y = c x^\alpha, 0 < \alpha < 1$ (b): $y = c x^\alpha, \alpha > 1$ (c): $y = c x^\alpha, \alpha < 0$ .....	39
Figura 3 Diagrama de fase que convergen en puntos críticos. (a) Si $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$ , si (b) $\lambda_1 < 0, \lambda_2 = 0$ .....	39
Figura 4 Diagrama de fase para SEDO lineal (a) Si $\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0$ (b) Si $\lambda_1 = 0, \lambda_2 < 0$ .....	40
Figura 5 Diagrama de fase de SEDO fuentes y atractores en punto crítico (a) Si $\lambda_1 = \lambda_2 > 0, x' = A X$ (b) Si $\lambda_1 = \lambda_2 < 0$ para $x' = A X$ .....	40
Figura 6 Diagrama de fase S.L $x' = (x, -y)$ y Diagrama de fase de S.no L. $x' = (x, -y + x^3)$ .....	42
Figura 7 Diagrama de fase (a): $\lambda = -1 \pm i$ y (b): Diagrama de fase $\lambda = 1, \lambda = 2$ .....	43
Figura 8 Diagrama de fase (a): $A = DF(0,0)$ , punto silla, inestable y Caso (b): $B = DF(3,2)$ , punto estable y centro. ....	46
Figura 9 Diagrama de fase para la dinámica de evolución de presas y depredadores .....	46
Figura 10 Puntajes del Aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias por Dimensión.....	68



## INTRODUCCIÓN

La presente investigación cuyo objetivo es: Determinar la influencia del software matlab en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial de Puerto Maldonado, 2017-I., es más, estudiar de acuerdo a la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias, implica ubicarse ante contenidos de la matemática superior bien definidos y formal, para interpretarlos, asimilarlos y aplicarlos en circunstancias necesarias de examen o trabajo para la vida. Esto determina que la tarea de estudiar es importante y contribuye al éxito académico de estudiantes de pre grado y sean buenos ciudadanos para la sociedad y con principio moral adecuada, fundamentado de una estructura cognitiva, manejo de herramientas computacionales del software matemático, es más, aprender es realizar una serie de destrezas, habilidades, técnicas y métodos para resolución de problemas y alcanzar los objetivos establecidos y responder a las hipótesis planteadas.

La educación superior en la actualidad no puede estar aislada a las necesidades y exigencias de una sociedad moderna con tecnología de información y comunicación (TICs), desde el punto de vista holístico la formación integral del estudiante para la vida y el trabajo. La educación en sus tres niveles de cierto modo vive un acelerado cambio en el proceso de aprendizaje, de nuevas experiencias del docente universitario producto de la inclusión del software matlab en comprender y aprender las dimensiones de capacidad de razonamiento y demostración, capacidad de comunicación matemática en lenguaje formal de la matemática superior, la capacidad de resolución de problemas con incorporación del software matlab, estas exigirán a los docentes universitarios capacitación permanente, actualización y cambio de pedagogía clásica a constructivista enfoque alternativo.

La investigación es tipo aplicada y cuasiexperimental, puesto que trata un estudio en una sola muestra y la recolección de variables numéricas en dos tiempos con aplicación de una prueba pre test y una prueba post test, y procesada la información de datos cuantitativos recolectados para responder la hipótesis nula respecto a la hipótesis alterna en un determinado fragmento de la realidad espacio y tiempo temporal. La contrastación de las hipótesis es mediante la prueba de t de student para muestras relacionadas y considero el trabajo de investigación es de interés colectivo e importante su estudio y análisis.

# CAPÍTULO I

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1 SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

El problema identificado, resulta de un juicio real de elementos básicos del proceso educativo: universidad, estudiantes, plan de estudio y software educativo, además, de la experiencia y labor docente universitario, estos permiten observar las dificultades y facilidades del proceso de aprendizaje de ecuaciones diferenciales ordinarias en estudiantes de la carrera profesional Ingeniería Civil de la Universidad Alas Peruanas Filial de la ciudad de Puerto Maldonado-2017. Los factores que afectan son: la restringida dedicación de docentes a su labor académico sin la inclusión del software educativo en sesión de clase, poca motivación y mostrar interés e importancia al estudio de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden (EDOS) aplicados al contexto real que son la expresión matemática de las leyes naturales.

Uno de los retos en la educación superior es la búsqueda de nuevas estrategias didácticas en proceso enseñanza, es más, la motivación, dedicación y mostrar interés a los estudiantes en asimilar ecuaciones diferenciales ordinarias, es más, influyen los factores exógenos, endógenos y por supuesto, uso de una pedagogía adecuada, la metodología aplicada en su sesión clase con/sin inclusión del software educativo del docente a cargo de la asignatura, repercute en su aprendizaje. Cabe aclarar, es trascendental resaltar rol del docente, agente del proceso de enseñanza y muestran expectativas positivas y desarrollan las capacidades de lógico matemático y comunicación de estudiantes y conducen en la construcción del saber y tienen plena confianza en sí mismo y la participación dinámica y colaborativa de estudiantes (Molina J. A., 2015).

Zill (2015) y Edwards & Penney (2009). Fundamentan la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales y no lineales desempeñan un rol importante en describir el

comportamiento dinámico de ciertos fenómenos físicos, económicos, ambientales, edificaciones entre otros. Muchos problemas asociados al contexto real ocurren en el tiempo y espacio, éstos pueden ser formulados en una o varias EDOs de primer orden u orden superior.

La resolución de sistema de EDOs lineales por métodos y técnicas conocidas establecen una familia de curvas solución analíticas, numéricas y gráficamente, es decir, el problema de valor inicial que represente un modelo matemático, en las condiciones dadas admite una única solución, esto, garantiza el teorema de existencia y unicidad de solución de ecuaciones diferenciales pero, cabe aclarar sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales son relativamente complicados de hallar las curvas solución, es más, no existe técnicas generales que permita hallar la solución analítica, pero, es posible determinar la solución cualitativa y numérica utilizando el software matlab, y satisface las condiciones iniciales, lo más importante es asimilar, comprender y aplicar la matriz jacobiana para linealizar de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales asociado al campo vectorial en puntos de equilibrio, (Perko, 2001).

Little & Moler (2017). Afirman educar con software matemático implica la adaptación del uso de medios didácticos y recursos tecnológicos, esto implica familiarizar al estudiante en manejo de herramientas del software matlab, que es entorno de lenguaje de alto nivel dinámico e interactivo, permite hacer cálculo analítico, numérico y visualización de representación gráfica, consolida la teoría con la práctica. La capacitación docente es permanente el pilar fundamental para la formación integral y una educación informatizada del aprender, aprender a conocer y aprender a hacer y encontrar la satisfacción de aprender y enseñar incluyendo las nuevas estrategias pedagógicas del software matemático.

Es necesario formular algunas preguntas ¿Cómo los docentes planifican y desarrollan las sesiones de clase de ecuaciones diferenciales ordinarias con inclusión de software matlab, a diferencia del método clásico?, ¿Cómo reforzar en resolución de una gamma de ejercicios y problemas asociados al contexto real de EDO analíticamente con software matlab?, está claro, el docente universitario que tenga dominio y familiarizado con las herramientas, códigos, comandos de sintaxis, desarrolla su sesión de clase teórica con inclusión del software matlab aplica enfoque alternativo, pero el docente que no tenga el mínimo conocimiento de software, solo desarrolla con el modelo clásico, es más, los estudiantes no complementan la teoría de EDOs con práctica de laboratorio computacional. El presente trabajo de investigación es de interés público e importante de

investigar la influencia del software matlab en el aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias y llegamos establecer algunos problemas básicos, como:

1. Escasa capacitación pedagógica e información técnica en manejo de las herramientas del software matlab de docentes en área de ciencias exactas, por parte del estado y la propia universidad.
2. No existen trabajos de investigación a nivel regional inclusión de herramientas del software matlab en proceso de enseñanza y aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.
3. Poco interés de la comunidad investigadora en el estudio, aplicación de software matlab en la enseñanza y aprendizaje de sistemas de EDOs de primer lineal y no lineal.
4. Falta de motivación y mostrar interés de docentes en manejo del software matlab, hacia los estudiantes en las diferentes áreas de su formación de pregrado durante el desarrollo la sesión de clase.

## **1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

### **1.2.1 Problema General**

¿Cuál es la influencia del software matlab en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I?

### **1.2.2 Problemas Específicos**

1. ¿Cuál es la influencia del software matlab en la capacidad de razonamiento y demostración en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I?
2. ¿Cuál es la influencia del software matlab en la capacidad de comunicación matemática en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I?
3. ¿Cuál es la influencia del software matlab en la capacidad de resolución de problemas matemáticos en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I?

## 1.3 JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA

### 1.3.1 Justificación

La investigación se justifica en el aspecto social y económico, con la participación voluntaria de los estudiantes involucrados, además la participación del docente de aula en capacitación en las estrategias didácticas del manejo de las herramientas del software matlab, estos responden a una situación real viviente y se evidencia la realidad del nivel de aprendizaje sin tener en cuenta las clases sociales, es decir, el docente pone el máximo esfuerzo para lograr las competencias y homogenizar el aprendizaje. A pesar que existen padres de familia con recursos económicos necesarios para buscar profesores particulares para el reforzamiento de sus hijos en temas que tengan dificultad y acceso al material bibliográfico físico o virtual, pero hay padres de familia de recursos económicos escasos y estudiantes que auto sostienen económicamente, aquellos que no reciben reforzamientos académicos, ni acceso al material bibliográfico físico, esto implica, un aprendizaje desparejo, pero el esfuerzo, la voluntad de aprender, asimilar y la buena predisposición para superar estas dificultades, se transforma en una igualdad de oportunidades de aprendizaje sea con modelo clásico o alternativo logrando un aprendizaje previsto o buena.

En el aspecto académico y científico se justifica en la profundización de la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias, estrategias didácticas, pedagógicas para el proceso de enseñanza, es más, uso de las herramientas del software matlab en el quehacer de la vida académica, teniendo la estructura cognitiva conceptual, procedimental y actitudinal en la formación pregrado en sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales se utiliza el proceso de linealización mediante el teorema de Hartman-Grobman, esto garantiza la unicidad y existencia de solución del sistema lineal, finalmente uso del software matlab el cual les permitirá desarrollarles su capacidad espacial iniciativa- creatividad, capacidad de abstracción- concreto en ciencias exactas (Perko, 2001).

En el aspecto política educativa, la constitución política del estado peruano, comprende una educación de calidad para todos, es decir; el propósito es pleno desarrollo integral de las potencialidades de la persona humana, el estado reconoce y garantiza la libertad de enseñanza, es más, el deber del estado es formar, promover, preparar al futuro profesional para la vida, para el trabajo, para la paz con una responsabilidad ineludible de ciudadanos capaces de ejercer la democracia, respetar los derechos humanos. Es más, la investigación es de interés público e importante para la colectividad porque trata proceso educativo a nivel universitario y propicia inclusión del software matlab en aprendizaje de EDOs: su

capacidad de intuición, abstracción y razonamiento lógico – matemático, capacidad experimental y le familiarizan en el aprendizaje asistido por computadora de software matlab y les motivan tomar interés en el aprendizaje por descubrimiento y al pleno desarrollo de sus potencialidades, habilidades cognitivas, procedimentales, destrezas y adquisición de nuevos conocimientos utilizando definiciones, teoremas, lemas, práctica de laboratorio computacional, estos repercuten en el rendimiento académico de estudiantes logrando un aprendizaje eficiente del grupo experimental y grupo de control regular.

### **1.3.2 Importancia**

La investigación es importante, porque evidencia aspectos relacionados con las dificultades y privilegios asociados a la enseñanza y aprendizaje de ecuaciones diferenciales ordinarias con inclusión del software matlab en estudiantes involucrados. El bajo rendimiento académico en áreas de ciencias exactas e ingeniería con método clásico, se puede superar progresivamente con otros métodos alternativos, en este caso uso del software matlab cuyas estrategias didácticas son aplicadas por el docente universitario, además asistencia virtual por computador a estudiantes complementa la teoría con la práctica de laboratorio computacional, de fenómenos físicos, ecológicos, químicos, epidemiológicos, económicos, sociales y de construcciones que describen las ecuaciones diferenciales ordinarias y la solución analítica o cualitativa con manejo adecuado de las herramientas del software matlab. (Perez López, 2002)

Concluimos el trabajo de investigación es relevante, en cuanto es aporte para la Universidad Nacional Amazónica de Madre de Dios y para la Universidad Alas Peruanas, para los investigadores en el proceso educativo al evidenciar puntos débiles y necesarios del proceso de enseñanza de ecuaciones diferenciales ordinarias al incluir software matlab para el grupo experimental y su repercusión en el rendimiento académico es eficiente, mucho mejor que el método clásico. Estos resultados permitirán a los estudiantes que se corrijan los inadecuados métodos y técnicas de estudio, es decir, adquieran y consoliden sus conocimientos en áreas de ciencias exactas para la vida académica.

## **1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN**

### **1.4.1 Objetivo General**

Determinar la influencia del software matlab en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

### **1.4.2 Objetivos Específicos**

1. Determinar la influencia del software matlab en la capacidad de razonamiento y demostración en aprendizaje de sistema ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.
2. Determinar la influencia del software matlab en la capacidad de comunicación matemática en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.
3. Determinar la influencia del software matlab en la capacidad de resolución de problemas matemáticos en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias orden en estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

## **1.5 ALCANCES Y LIMITACIONES**

### **1.5.1 Alcances**

Los alcances de la investigación, provienen de la participación voluntaria de estudiantes semestre académico 2017-I, de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado y profesor de aula que motiva, se esfuerza de mostrar la importancia de uso del software matlab en sesión de clase y la capacitación del docente es favorable y pone interés del uso y manejo de las herramientas del software matlab, que es entorno dinámico e interactivo para la consolidación de la teoría con la práctica de laboratorio computacional y medir las componentes del aprendizaje (1) capacidad de razonamiento y demostración, (2) capacidad de comunicación matemática, (3) capacidad de resolución de problemas con inclusión del software matlab, estos benefician en la mejoran del proceso de aprendizaje, determinado los autovalores de la matriz en puntos críticos del campo vectorial bidimensional, diagramas de fase y la solución analítica y cualitativa de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, observando la diferencia de calificaciones de pruebas de entrada y salida en sistema vigesimal, y los resultados sirvan de punto de referencia y antecedente para otros trabajos de investigación con objetivos similares.

### **1.5.2 Limitaciones**

Las limitaciones que se consideran en presente investigación y que fueron superados durante en desarrollo del trabajo:

- a) Elaborar las guías o módulos de laboratorio para los estudiantes del grupo experimental en sistemas de EDOs de primer orden con las herramientas del software matlab como módulo instructivo, es complejo.
- b) Poca información documentada de las capacidades inherentes al aprendizaje como: capacidad de razonamiento y demostración, capacidad de comunicación matemática y capacidad de resolución de problemas expresados mediante una ecuación diferencial ordinaria.
- c) Falta de instrumentos de evaluación confiables del proceso de aprendizaje de EDOs y escasos trabajos de investigación similares realizados a nivel local y regional.
- d) Desinterés de los docentes en capacitación en uso y manejo de las herramientas del software matlab para proceso de enseñanza de EDOs y resistencia de cambio del método clásico.
- e) El presente investigación solo considera como objeto de estudio y análisis sistema de EDOs de primer orden, lineal en el plano.



## CAPÍTULO II

### 2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN

#### 2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

Al realizar revisión bibliográfica y referencias electrónicas que sustentan como antecedentes al trabajo de investigación, encontramos trabajos con objetivos similares y variables objeto de estudio y se consideran una de ellas.

##### 2.1.1 Internacional

Ibáñez (2006) Explica ciertos métodos, técnicas para determinar solución analítica de EDOs con procedimientos de algoritmos que faciliten cálculo de funciones matriciales y ecuaciones diferenciales matriciales de Riccati utilizando el software matlab y Fortran y concluye: 1ro. Propone resolución de sistema de EDOs por método basado en aproximaciones de Pade, esto es, desarrollo de series de Taylor para funciones matriciales diagonales de forma analítica y la visualización del flujo vectorial mediante el software asociada a EDOs autónomas. 2do. El método matricial de autovalores aplicando matriz Jacobiana para funciones del campo vectorial asociada a sistema de EDOs no lineales, con la finalidad de obtener matriz linealizada en puntos críticos del campo en vectorial. 3ro. La implementación de algoritmos con software matlab y fortran resulta eficiente y logran resultados excelentes por método de aproximaciones de matrices diagonales Pade, es más, determina diagrama de fases, soluciones analíticas y cualitativas de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias linealizada.

Carapaz (2014) aplica software matlab en aprendizaje de matemáticas en estudiantes de matemáticas y física, así mismo capacitación de docentes en manejo de herramientas del software educativo, por desconocimiento de sus sintaxis, comandos y códigos del entorno interactivo muchos docentes no usan en su sesión de clase y concluye: 1ro Uso del software matlab en proceso educativo desarrolla las potencialidades, habilidades matemáticas y comunicación de estudiantes y repercute en su rendimiento académico, es

más, docentes familiarizados mejoran el perfil profesional y fortalecen la teoría con la práctica de laboratorio computacional logrando un aprendizaje bueno. 2do Al incluir software matlab en enseñanza de EDOs se busca lograr asimilación y aprendizaje eficiente de laboratorio computacional adecuado que genera dominio y fortalecimiento del tema y prestigio en el desarrollo académico de docentes y estudiantes objeto de ecuaciones diferenciales. 3ro Los docentes y estudiantes afirman durante el desarrollo de sesión de clase con inclusión del computador y el proyector permiten visualizar, consolidar la teoría con la práctica de laboratorio computacional constituye parte de la enseñanza y aprendizaje de matemáticas elementales y matemáticas avanzadas.

Ortigoza (2007). Presenta soluciones de EDOs mediante uso de dos paquetes las sintaxis de maple y mathematica y por método clásico, teniendo en cuenta métodos de separación de variables, coeficientes indeterminados, variación de parámetros y aquellos que se resuelven usando las series de potencias y transformada de Laplace y la visualización del campo de direcciones de ecuaciones diferenciales ordinarias lineal o lineales y concluye: 1ro Mediante uso de comandos básicos dsolve, DSolve, NDSolve determina solución analítica de ecuaciones diferenciales ordinarias, analiza el comportamiento cualitativa, asintótica de modelos matemáticos físicos, ecológicos que describen la naturaleza, los diagramas de fase pueden contraerse o expandirse en puntos críticos del campo vectorial. 2do Se muestran algunas ventajas uso de paquetes de cómputo simbólico, las opciones de gráficas permiten visualizar y fortalecer el proceso de enseñanza, fundamentados por definiciones, teoremas, proposiciones y estos garantizan la unicidad y existencia de solución del problema de valor inicial, utilizando las herramientas del software matlab y soluciones numéricas.

### **2.1.2 Nacional**

Blaz (2014). Explica la problemática del proceso de enseñanza de EDOs y dificultades cuando se busca la solución analítica, numérica y gráfica de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden o superior por métodos clásicos, pero esta dificultad se supera con la inclusión del software Winplot, denominado método alternativo y concluye: 1ro Es posible elaborar un modelo didáctico que permita mejorar progresivamente el proceso de aprendizaje de ecuaciones diferenciales ordinarias en base a definiciones, teoremas, lemas, cuya solución analítica, numérica y gráfico mediante software winplot, permite al estudiante consolidar la teoría. 2do Las estrategias del modelo didáctico propuesto es de gran importancia puesto que es punto de referencia y de ser aplicados en futuras investigaciones, uso del software winplot permite la contrastación análisis e interpretación

geométrica de las curvas solución, solución numérica por el método de Euler, Runge-Kutta de manera analítica y cualitativa.

Roque (2009). Determina la diferencia de medias de calificaciones obtenidas por grupo de estudiantes con estrategia didáctica en la enseñanza de matemática basada en la resolución de problemas, respecto al grupo de estudiantes método clásico, aplicada a una muestra de 56 estudiantes y concluye. 1ro Al inicio el 82% de estudiantes obtuvieron una calificación de promedio 9.5 puntos en escala vigesimal, después del tratamiento de la enseñanza de matemáticas basada en resolución de problemas, el grupo control obtuvo un promedio de 10,47 puntos vigesimales, mientras el grupo experimental obtuvo un promedio de 12,84 puntos vigesimales y el valor de la prueba estadística de p-valor es 0,008 significa la enseñanza basada en resolución de problemas ha mejorado significativamente en los estudiantes de Enfermería Universidad de Alas Peruanas. 2do Al contrastar las hipótesis planteadas y la prueba de t de student si existen diferencias significativas en aprendizaje de matemáticas entre grupos de control y experimental, es más, el valor calculada es 2,237. En consecuencia se aprecia nivel de aprendizaje bueno en grupo experimental y grupo control nivel de aprendizaje regular.

Pantoja (2015). Propone la efectiva utilización del software libre SAGE en proceso de aprendizaje de cálculo vectorial y su repercusión en rendimiento académico de estudiantes de la Universidad Nacional de Ingeniería, aplicado a una muestra de 56 alumnos dividida en grupo control y otro grupo experimental y aplica la prueba estadística Z y concluye: 1ro Las calificaciones de pre test y post test obtenidas por estudiantes son diferentes, esto implica el grupo experimental muestra mayor desempeño académico que el grupo control, es más, la utilización del software libre SAGE si influye en el rendimiento académico de cálculo vectorial. 2do Existe diferencia significativa entre los grupos de investigación, es especial las calificaciones de post test en contenido conceptual, procedimental de cálculo vectorial, el grupo experimental supera al grupo control. 3ro Similar con el contenido actitudinal, los estudiantes del grupo experimental muestran actitudes adecuadas que el grupo control.

## **2.2 BASES TEÓRICAS DE LA INVESTIGACIÓN**

### **2.2.1 Concepción Filosófica, Pedagógica y Antropológica**

Descartes (1995) Filosóficamente cuestiona una variedad de problemas subjetivas imaginarias, afirmaciones de astrólogos, alquimistas y magos quienes se creían que tienen poderes mágicos y podrían describir mediante modelos matemáticos la naturaleza con la

belleza y un lenguaje formal de la matemática avanzada, buscando la verdad o respuestas el porqué de las cosas, es más, cuestionan a las ciencias naturales, bajo la creencia de un ser divino. Antropológicamente el hombre desde sus orígenes ha querido entender y explicar su entorno cambiante en el tiempo y espacio de ciertos fenómenos físicos, ecológicos, ambientales, edificaciones entre otros, observando la estabilidad o inestabilidad con el quehacer de la vida cotidiana, descritos a través de una o varias ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales. Pedagógicamente, las ecuaciones diferenciales ordinarias desempeñan un rol importante de la dinámica de evolución de modelos matemáticos del contexto real que ocurren en el espacio y tiempo de ciertos fenómenos naturales, estos pueden ser formuladas en una o varias ecuaciones diferenciales de primer orden u orden superior, es más, como sistemas autónomos lineales o no lineales.

Leibniz, G. (1673) Pedagógicamente sostiene las ecuaciones diferenciales son la expresión matemática de las leyes naturales, es indudable la importancia de comprender con el rigor matemático de una función real y además introduce el marco de cálculo infinitesimal donde desarrolla el problema de las tangentes, mientras Newton desarrolla en problema de las velocidades, es más, por primera vez plantea la caída libre de los cuerpos a través de una ecuación diferencial de segundo orden y trata de evolución de estado del cuerpo en el tiempo y espacio con la característica de determinar la velocidad en cualquier instante de tiempo. Pascal, (1646) conocido como el padre de las computadoras y desarrolla las ciencias naturales y aplicadas a la física, Leibniz establece una definición “Una razón es determinada en relación con respecto a su tamaño entre dos magnitudes homogéneas” este es el armazón para resolver problemas geométricos y posterior dar la noción de función, que representa respuestas a un valor que asocia al contexto real. Antropológicamente el hombre desde su existencia sobre la superficie de la tierra relaciona los fenómenos naturales y el quehacer de la vida como una función o respuesta de un suceso, es más, el problema de pendientes o velocidades está asociado a dos variables uno denominado variable dependiente y otro variable independiente.

### **2.2.2 Las TICs en el Siglo XXI**

Unesco (2013). Demanda una educación de calidad y desafiar a los retos que suponen nuevas estrategias didácticas de aprendizaje con inclusión de la tecnología de información y comunicación (TICs), de acceder a la gama de información del conocimiento, la abundancia de información complementa y asegura la formación del estudiante universitario, es más, el estado propicia, garantiza la educación para todos sin distinción

de raza, ni condición social, por estas razones, los estudiantes se enfrentan al contexto de cambio de paradigmas educativos del modelo clásico a los modelos alternativos en el siglo XXI, actualmente las universidades demandan y tratan de implementar aulas virtuales para consolidar la teoría con laboratorio computacional congruentes a la nueva sociedad de información. Esto implica un desafío pedagógico de incorporar las TICs en las aulas universitarias y en plan de estudio de escuela profesional y que aseguren la implementación de un laboratorio computacional con la finalidad de contribuir las potencialidades y habilidades de profesores y estudiantes en manejo de las herramientas del software educativo.

El software matlab ofrece una gama de posibilidades de estrategias didácticas a los profesores para mejorar su pedagogía, cambio de paradigma en la enseñanza del profesor y su aplicación contribuye en solucionar problemas más frecuentes en labor docente de sus clases. En la actualidad, el software juega un rol primordial en la enseñanza y aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales o no, es más, su velocidad de procesar la información y exactitud para cálculos analíticos, numéricos, gráficos, diagramas de fase y puntos críticos, a partir de ellos, los estudiantes universitarios asimilen, aprendan de forma significativa los contenidos temáticos de EDOs, (Sarabia & Sarabia, 2013)

Castro, Guzmán, & Casado (2007). Sostienen la inclusión del software en la educación superior, resulta medio de instrucción para sesiones de clase y la adaptación de un nuevo modelo de aprendizaje, más centrado en estudiante participativo y dinámico y a la misma globalización del conocimiento, induce a reformulación de planes curriculares con integración de software educativo. Las posibilidades que ofrecen las TICs al docente es, ser creativo, iniciativa y buscar respuestas de entorno interactivo, propician ventajas de facilitar un desempeño académico eficiente con método alternativo y les despierta interés a la comunidad estudiantil y apoyo de uso de nuevas herramientas computacionales, la utilización del correo electrónico, red, aprendizaje a partir de sus errores y mayor comunicación entre docentes y estudiantes o estudiantes con estudiantes.

### **2.2.3 TICs y Educación universitaria**

Alegría (2015). La educación universitaria y las TICs sin lugar a vacilaciones, han experimentado en los últimos veinte años la inclusión del software educativo y posibilitando la transfronterización de conocimiento en las universidades y representa uno de los factores de cambio en la educación superior, la incorporación de las TICs es

un llamado que hace la sociedad moderna y surge la necesidad de incluir software educativo y contar con una gama de información de conocimiento, para el desarrollo del acto educativo. El aprendizaje con software es una estrategia incipiente en nuestro país y región de Madre de Dios, pero, tampoco estamos tan descontextualizado de la realidad global, como medio de instrucción con competencias de aprendizaje necesarias para la vida académica, es más, uso de TICs produce cambios de manera lenta, en la formación del estudiante; garantizada en su habilidad comunicativa, su participación es activa, crítica y reflexiva del educando.

Molina (2012). En la actualidad y abundancia de tecnología de información y comunicación (TICs), cumple un rol fundamental en la educación superior, son entornos interactivos y dinámico asigna enseñanza personalizada fundamentada en su saber propio, es más, nos pone a prueba sus destrezas, habilidades de lógico matemático y comunicación en la tarea de estudiar para la vida, incentiva un aprendizaje cooperativo y juicio crítico de fácil acceso a mucha información y visualización de simulaciones que complementan la teoría y fortalezcan los TICs, estos presentan grandes oportunidades para docentes y estudiantes como módulos de instrucción en términos de accesibilidad, flexibilidad la educación para complementar la explicación del docente en aula. Actualmente las universidades están siendo implementadas con cañon multimedia las aulas, pero existen aulas convencionales y desde una perspectiva flexible atender a estudiantes que necesiten formación tecnológica utilizando programas múltiples, es decir, viejo paradigma sin TICs, y nuevo paradigma con TICs en la enseñanza y aprendizaje de ciencias exactas.

Hernandez (2017). Define los principales retos y muestra un panorama futuro de TICs y su influencia en la educación universitaria, la necesidad del hombre para explicar o comprender su entorno ha generado la sociedad moderna la búsqueda de conocimiento mediante las TICs, se constituye en elementos inherentes al desarrollo social, personal, parte desde búsqueda de información hasta la comunicación personal por correo electrónico entre docente y estudiante o entre estudiantes; las TICs en su desarrollo creciente propicia la utilización de los diferentes sentidos que favorece a la motivación, cambio de memorización, más, bien interacción activa de estudiantes. La educación en todos sus niveles no escapa del uso de las TICs brindando una gama de información del conocimiento para el proceso de aprendizaje en diferentes escenarios y con la capacidad de socializar el conocimiento.

#### **2.2.4 El Software educativo**

El software educativo es conjunto de recursos informativos o programas diseñados para ser utilizados en contexto de enseñanza y aprendizaje, es más, son altamente interactivos dinámicos que cuentan tutoriales instructivos, manuales, diccionarios especializados, sintaxis, comandos que ayudan al estudiante para manipular dicho software y pueden ser para ingenierías, contabilidad, forestales, administración, ecoturismo, idiomas entre otros.

Vidal , Gomez, & Ruiz (2010). El software educativo en forma general son programas computacionales cuyas características estructurales y funcionales sirvan de apoyo para labor docente en aula, de conocimiento científico y tecnológico, es más, focalizan estrategias didácticas y pedagógicas , muchas universidades programan capacitaciones de sus docentes como una política de valoración de innovación de docentes y se refuerzan buscando información necesaria en TICs y evidencia cambio de paradigmas clásico a alternativo para los estudiantes universitarios y las características más generales son: Orientados a la enseñanza, utilización del computador, facilidad de uso, interactividad del estudiante.

Rodriguez (2010). Explica el software educativo es una herramienta informática de conjunto de programas para la enseñanza y aprendizaje en educación superior y las TICs un catalizador para una transformación en la enseñanza con las técnicas, métodos de aprendizaje y acceso a la información, es más, señala esencial su carácter holista lo cual se presupone una estrategia didáctica, pedagógica para los profesores de aula, y para todo los estudiantes que requieran el software de aquellos programas ordenador [computador] y manejo de las herramientas necesarias para operar cálculos algebraicos, numéricas, gráficos y simulaciones.

#### **2.2.5 Características del software educativo**

Arroyo (2006). El software educativo, es material de aprendizaje en diferentes materias, diseñado para utilizar en aula o casa para aprender, enseñar, mediante una planificación y organización de tutoriales y manuales del entorno interactivo y comparten cinco características principales:

1. Son materiales didácticos, bien estructurados y funcionales; atractivos e interesantes para el estudiante en diferentes contenidos temáticos.
2. El ordenador como soporte interactivo y dinámico, interactúa con estudiante bajo la supervisión del profesor de aula.

3. Son interactivos, responden inmediatamente al ingresar de manera correcta la base de datos y permiten hacer diálogo, intercambio de información entre el ordenador y los estudiantes.
4. El computador individualiza el aprendizaje ya que se adaptan al ritmo de su propia habilidad, destreza, memoria.
5. Las herramientas del software son fáciles de usar, una vez que tenga conocimiento de los menús, carpeta de archivos, ventana de comandos.

### **2.2.6 Funciones del software educativo**

La funcionalidad del software, vienen a ser las reglas, licencia de funcionamiento, versión que garantiza los beneficios e inutilidad que pueda admitir su uso por los usuarios los diferentes tipos de materiales de aprendizaje, su ajuste al contexto de innovación, instructivo, motivación, es más, el usuario logra su utilización efectiva. En virtud de esto, se han clasificado las funciones fundamentales que cumple el software educativo, (Arroyo, 2006).

1. Función informativa. Los tutoriales, manuales de algún software proporcionan información bien estructurada de la realidad que contienen base de datos, comandos sintaxis operacionales, lógicas, simbólicas que determinan una función lógica.
2. Función instructiva. Los módulos instructivos elaborados, tutoriales, orientan y consolidan el aprendizaje de manera explícita o implícita, promueven y facilitan el logro de los objetivos específicos.
3. Función motivadora. Los estudiantes muestran interés y son motivadas por uso del software educativo en aula, es más, los programas al ser utilizados como medios interactivos llaman la atención y despiertan su interés al manipular las herramientas computacionales, los materiales didácticos favoreciendo a los docentes en su sesión de clase y los estudiantes dándoles un aprendizaje eficiente.
4. Función evaluadora. La interactividad del software educativo y programas al ser utilizados de manera adecuada el menú y barra de herramientas responden inmediatamente a las operaciones, acciones realizadas en el computador, pero la constante practica ayuda a ser mejor, y detectar sus errores denominado evaluación implícita, y a partir de respuestas que le da el ordenador evaluación explícita, valoración de la interacción con el computador y el estudiante.
5. Función investigadora. Los softwares educativos ofrecen una gama de programas interactivos y dinámicos en diferentes materias y esto, implica, investigar sus



componentes, herramientas de funcionalidad y estructura diseñada para proceso de aprendizaje. Además, proporciona a los profesores y estudiantes herramienta de gran utilidad para trabajos de investigación o monografías.

6. Función expresiva. Los ordenadores poseen lenguaje de programación universal y son capaces de procesar símbolos matemáticos, operaciones algebraicas, lógicas, numéricas y gráficas como respuestas expresivas simples o complejas, de la interacción del computador, docente, estudiante o entre estudiantes.
7. Función metalingüística. Son lenguajes propios de la informática en sistema binario y el sistema operativo pueden ser (WINDOWS, Unix, Linux), además de lenguajes de programación (BASIC, C y otros).
8. Función lúdica. Familiarizarse y manejar adecuadamente las herramientas del software educativo implica realizar una serie de tareas complejas o simples de vinculación con lenguaje de programación.
9. Función innovadora. Las nuevas estrategias didácticas, pedagógicas para el aprendizaje por descubrimiento no resulten innovadoras, pero, ayudan a los estudiantes aprender progresivamente los materiales didácticos con incorporación de las TICs, instalados en las aulas virtuales.

### **2.2.7 El Software matlab**

El trabajo de investigación propone la inclusión del software matlab como estrategia didáctica en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, fortalecer y familiarizar con las herramientas del software matlab para consolidar la teoría con la práctica de laboratorio computacional de estudiantes de Ingeniería Civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado. Además, el entorno de interfaz, las características y aplicaciones del software matlab permiten el alto desarrollo y beneficio de todas sus potencialidades tecnológicas, innovadoras, instructivo y motivacional mejoran el perfil profesional del docente en aula, así mismo, para los estudiantes la tarea de estudiar y aprender por descubrimiento e investigación de las herramientas del software.

Ayala (2016). Matrix Laboratory (MATLAB), es un programa de cálculo matemático interactivo, dinámico de elementos matriciales y vectoriales en el campo real o complejo flexible y potente con posibilidades gráficas para presentación de datos y respuestas ayuda a solucionar problemas en menor rango de tiempo a diferencia de programas tradicionales de C++, Pascal, que no cuentan con las ventajas como el software matlab

de uso general y presenta un nivel de procesamiento veloz de cualquier algoritmo matemático, más eficiente para científicos e ingenierías.

Matlab es software, perfeccionable, dinámico y veloz de gran poder para aplicaciones numéricas, simbólicas, gráficas y contiene gran cantidad de funciones y sintaxis predeterminadas para aplicaciones en ciencias exactas e ingeniería, su aplicación es dinámico ya que relaciona operaciones numéricas, algebraicas, matriciales y programación en un solo entorno. La interacción se realiza mediante instrucciones “Comandos”, funciones y programas en un lenguaje estructurado de forma matricial, de fácil acceso matricial Linpack y Eispack, que ayuda a explotar datos y crear herramientas personalizadas (Moler C., 1984).

Little & Moler (2017). *En la aplicación de la informática educativa [www.mathwoks.com] dice:*

“Matlab, es un lenguaje de alto nivel y un entorno interactivo para cálculo numérico, algebraico, permite visualizar gráficos y crear programas personalizadas, procesa datos, desarrolla algoritmos, con las herramientas y funciones incorporadas permiten explorar múltiples enfoques y llegar a una solución más rápida que con las hojas de cálculo o lenguajes de programación tradicionales, tales como C/C++ o Java”. La ventaja que brinda este software matlab con relación a otros softwares es su funcionalidad y multifuncional con otros programas, es decir, se puede relacionar matemáticamente con el estudio de cualquier ciencia. El nivel de procesamiento de cualquier algoritmo matemático es más eficiente, debido a que el nivel de programación del software viene siendo desarrollado continuamente, de libre acceso, cualquier individuo puede trabajar, usar dicha herramienta tecnológica sin el inconveniente de derechos de autor.

### **2.2.7.1 Cálculo numérico y funciones de software Matlab**

En aplicación de la informática educativa cálculo numérico [www.mathwoks.com] dice: “MATLAB proporciona una serie de métodos de cálculo numérico para el análisis de datos, el desarrollo de algoritmos, y la creación de modelos. El lenguaje matlab incluye funciones matemáticas, funciones de script y comandos que apoyan al desarrollo de la ingeniería y de operaciones científicas”.

Los métodos de cálculo numérico disponibles en Matlab son:

- Cálculos numéricos de funciones y operaciones básicas
- Interpolación y regresión

- Desarrollo de derivadas e integrales
- Solución de sistemas lineales – ecuaciones
- Utilización de transformadas de Fourier
- Solución de ecuaciones diferenciales ordinarias
- Desarrollo con matrices
- Uso del script para establecer soluciones algebraicas y gráficas

### 2.2.7.2 Iniciando con software Matlab

Ascheri & et al (2007). Expresan como EL PARAISO DE LAS MATEMÁTICAS: MATLAB significa en inglés Matrix Laboratory, es potente software matemático con lenguaje de programación de alto nivel interactivo y dinámico para cálculos algebraicos, matriciales y simulación de gráficos entre otros, este programa inicia con aspectos básicos y se incluyen algoritmos para la resolución de problemas y ejercicios sean numéricas o algebraicas, acompañado de sintaxis de gráficos.

El software matlab, trabaja principalmente de forma matricial y vectorial en campo real y campo complejo; su biblioteca es más amplia incluye herramientas gráficas, scripts, toolboxes, paquete de bloque simulink que otro lenguaje de programación como mathematica, maple entre otros; cuenta con herramientas para ejecutar de datos de entrada y respuestas, exploración y análisis de datos, procesado de imágenes, desarrollo de algoritmos, modelado y simulaciones y requiere saber tres puntos clave:

- 1) como se introducen datos de forma matricial
- 2) cómo se generan las funciones, sintaxis y comandos
- 3) como obtener información de cada función establecida y determinar los gráficos.

### 2.2.7.3 Presentación del interfaz software Matlab

El interfaz de matlab está constituida de ventanas particionada en tres partes, (Perez López, 2002):

1. La ventana de comando: ejecución de órdenes introducidas matricialmente con el prompt y presenta resultados.
2. La ventana del área de trabajo: muestra las variables y los datos que desea trabajar y contiene directorio actual y archivos de trabajo.

3. La ventana historial de comandos: muestra la historia de datos introducidas en ventana de comandos ejecutados, y se almacenan los comandos de forma cronológica.

Observamos la figura 1, en parte superior presenta la barra de menú y barra de herramientas del software matlab, los menús File y Edit permiten guardar, abrir archivos con extensión “.m” son comunes frente a cualquier otro programa como Linux, Unix entre otros del programa Windows, mientras la barra de menú Desktop y Windows permiten configurar el entorno interactivo de trabajo organizado en escritorio. El menú Debut es de utilidad a la hora de planificar y organizar programación en matlab. El menú Help permite acceder a la ayuda del programa comandos, tipo de gráficos, sintaxis, códigos.

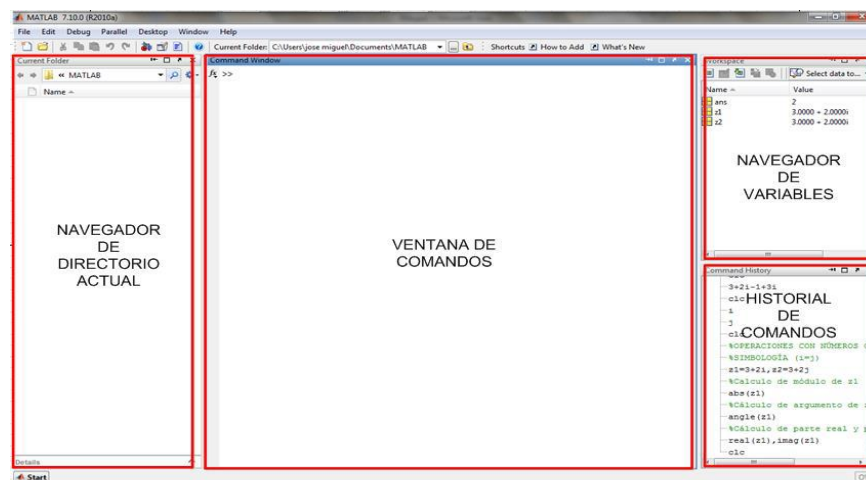


Figura 1 Interface de Matlab 2015R [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com)

## 2.2.8 Sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

El lenguaje creado por el ser humano para entender ciertos fenómenos físicos, económicos, ambientales, edificaciones, epidemiológicos, químicos entre otros que describen la naturaleza, estas se pueden representar por una o varias ecuaciones diferenciales ordinarias lineales o no lineales, es decir, la matemática es expresión de la ley natural y la solución implica una familia de soluciones o una función incógnita real o compleja, (Benaciz, 2007).

Definición 1. Un sistema de n- ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) de primer orden es una expresión de la forma:

$$\begin{cases} x'_1 = f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ x'_2 = f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots = \quad \quad \quad \vdots \\ x'_n = f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{cases} \quad (1.1)$$

Donde  $t$  es la variable independiente que representa el tiempo,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  son variables de estado reales que dependen del tiempo y las funciones componentes  $f_1, f_2, \dots, f_n$  definidas en un dominio  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^{n+1}$  (Perko, 2001). El sistema (1.1) se denomina sistema no autónomo.

En diversas situaciones de fenómenos del contexto real las funciones componentes  $f_1, f_2, \dots, f_n$  sólo dependen de las variables de posición  $x_1, x_2, \dots, x_n$  y no de la variable temporal  $t$ , en este caso, el dominio de definición es  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$  y el sistema de ecuación diferencial ordinaria toma la forma:

$$\begin{cases} x'_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ x'_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots = \quad \quad \quad \vdots \\ x'_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{cases} \quad (1.2)$$

Donde (1.1) es sistema no autónomo de EDOs, mientras (1.2) es sistema autónomo de ecuaciones diferenciales ordinarias, establecida por (Benaciz, 2007).

Definición 2. La solución de (1.1) es un conjunto de  $n$  funciones  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  con valores reales con valores reales y definida en un intervalo abierto  $I \subset \mathbb{R}$  tal que satisfacen dos condiciones:

1.  $(t, \varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)) \in \Omega, \forall t \in I$ .
2. Cada función  $\varphi_i(t)$  es diferenciable en  $I$  y para cada  $t \in I$  verifica.

$$\begin{cases} \varphi'_1(t) = f_1(t, \varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)) \\ \varphi'_2(t) = f_2(t, \varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)) \\ \vdots = \quad \quad \quad \vdots \\ \varphi'_n(t) = f_n(t, \varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)) \end{cases} \quad (1.3)$$

Definición 3. La solución de (1.2) es un conjunto de  $n$  funciones  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  con valores reales con valores reales y definida en un intervalo abierto  $I \subset \mathbb{R}$  tal que satisfacen dos condiciones:

1.  $(\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)) \in \Omega, \forall t \in I$ .
2. Cada función  $\varphi_i(t)$  es diferenciable en  $I$  y para cada  $t \in I$  verifica.

$$\begin{cases} \varphi'_1(t) = f_1(\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)) \\ \varphi'_2(t) = f_2(\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)) \\ \vdots = \quad \quad \quad \vdots \\ \varphi'_n(t) = f_n(\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)) \end{cases} \quad (1.4)$$

### 2.2.8.1 Nociones de cálculo de función matricial

En esta sección supongamos, el lector está familiarizado con conceptos de cálculo diferencial e integral de funciones reales de varias variables, así mismo de las operaciones de matrices de orden  $n \times n$  comprendidas, (Elon, 1998), (Barbolla & Sanz, 1998).

Definición 4. Sea  $\Phi: I \longrightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$  una función matricial tal que  $\Phi(t) = [a_{ij}(t)]_{n \times n}$  para todo  $t \in I$ . Si  $t_0 \in I$ , decimos la matriz  $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es el límite de la función matricial  $\lim_{t \rightarrow t_0} \Phi(t) = [a_{ij}(t_0)]_{n \times n} = A$ , si y solamente  $\lim_{t \rightarrow t_0} a_{ij}(t) = a_{ij}$ , (Benaciz, 2007).

Definición 5. Sea  $\Phi: I \longrightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$  una función matricial tal que  $\Phi(t) = [a_{ij}(t)]_{n \times n}$  para todo  $t \in I$ . Decimos la matriz que  $\Phi(t) = [a_{ij}(t)]_{n \times n}$  es continua en  $t_0 \in I$ , si y solamente  $a_{ij}(t)$  es continua en  $t_0 \in I$ , (Benaciz, 2007).

Definición 6. Sea  $\Phi: I \longrightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$  una función matricial tal que  $\Phi(t) = [a_{ij}(t)]_{n \times n}$  para todo  $t \in I$ . Decimos la matriz que  $\Phi(t) = [a_{ij}(t)]_{n \times n}$  es diferenciable en  $t_0 \in I$ , si y solo si, existe el límite  $\Phi'(t) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{\Phi(t) - \Phi(t_0)}{t - t_0}$ . Además  $\Phi(t)$  es de clase  $C^k(\Omega)$ , con  $k \geq 1$ . (Benaciz, 2007).

Definición 7. Sea  $\Phi: [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$  una función matricial tal que  $\Phi(t) = [a_{ij}(t)]_{n \times n}$  para todo  $t \in I$ . Decimos la matriz que  $\Phi(t) = [a_{ij}(t)]_{n \times n}$  es integrable en  $[a, b]$ , si y

solo si, cada componente de la matriz es integrable sobre  $[a,b]$  y esto es:

$$\int_a^b \Phi(t) dt = \left[ \int_a^b a_{ij}(t) dt \right]_{n \times n}, \text{ (Benaciz, 2007).}$$

### 2.2.8.2 Sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales

Las funciones componentes  $f_1, f_2, \dots, f_n$  de clase  $C^1(\Omega)$  definidas como:

$$f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n) = a_{i1}(t)x_1 + a_{i2}(t)x_2 + \dots + a_{in}(t)x_n + b_i(t),$$

Donde las funciones  $a_{ij}(t)$  y  $b_i(t)$  son funciones reales continuas con  $i, j = 1, 2, \dots, n$  definidas en el dominio  $a_{ij}, b_i : I \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  y tenemos el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales, puesto que cada una de las funciones  $f_i$  son lineales y se presenta el sistema.

$$\begin{aligned} x_1' &= a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + a_{13}(t)x_3 + \dots + a_{1n}(t)x_n + b_1(t) \\ x_2' &= a_{21}(t)x_1 + a_{22}(t)x_2 + a_{23}(t)x_3 + \dots + a_{2n}(t)x_n + b_2(t) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ x_n' &= a_{n1}(t)x_1 + a_{n2}(t)x_2 + a_{n3}(t)x_3 + \dots + a_{nn}(t)x_n + b_n(t) \end{aligned} \tag{1.5}$$

Verifican dos condiciones siguientes:

- (i) Para todo  $t \in I$ ,  $(t, \varphi(t)) = (t, \varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)) \in \Omega \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$
- (ii)  $\frac{d}{dt} \varphi(t) = g(t, \varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)) = g(t, x) \in \mathbb{S} \quad \forall t \in I.$  y para todo  $i = 1, 2, \dots, n$

Decimos la ecuación (1.5) es homogénea, si la función real  $b_i(t) = 0$ , para todo  $i = 1, 2, \dots, n. \quad \forall t \in I$ . Caso contrario decimos el sistema (1.5) es no homogénea, (Perko, 2001) y Álvarez & al (2005).

### 2.2.8.3 Forma Matricial de Sistema de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Lineales

Sean  $X \in M_{n \times 1}$ ,  $A(t) \in M_{n \times n}$ ,  $F(t) \in M_{n \times 1}$  matrices respectivamente definidas como:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}_{n \times 1}, \quad A(t) = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \dots & a_{2n}(t) \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{pmatrix}_{n \times n}, \quad F(t) = \begin{pmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{pmatrix}_{n \times 1}$$

El sistema (1.5) de ecuación diferencial de primer orden no homogéneo se puede expresar de la forma matricial.

$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ \vdots \\ x'_n \end{pmatrix}_{n \times 1} = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \dots & a_{2n}(t) \\ a_{31}(t) & a_{32}(t) & \dots & a_{3n}(t) \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{pmatrix}_{n \times n} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}_{n \times 1} + \begin{pmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{pmatrix}_{n \times 1} \quad (1.6).$$

O simplemente como:  $X' = A(t)X + F(t)$ . (Edwards & Penney, 2009), (Zill, 2015).

El sistema (1.6) de ecuación diferencial de primer orden no homogéneo se puede expresar como sistema de ecuación diferencial ordinaria homogénea  $f_i(t) = 0, \forall i = 1, 2, \dots, n$ . la forma matricial es:

$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ \vdots \\ x'_n \end{pmatrix}_{n \times 1} = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \dots & a_{2n}(t) \\ a_{31}(t) & a_{32}(t) & \dots & a_{3n}(t) \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{pmatrix}_{n \times n} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}_{n \times 1} \quad (1.7)$$

La ecuación (1.7) si dice ser homogéneo entonces la forma matricial es  $X' = A(t)X$ , (Edwards & Penney, 2009).

Definición 8. Sean  $A: I \longrightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $b: I \longrightarrow \mathbb{R}^{n \times 1}$  funciones matriciales. Un Problema de Valor Inicial (PVI) asociado a una ecuación diferencial ordinaria lineal es una expresión:

$$\begin{cases} x' = A(t)x + b(t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (1.8)$$

Una función  $\varphi: J \longrightarrow \mathbb{R}^{n \times 1}$  definida en el intervalo abierto  $J \subset I \subseteq \mathbb{R}$ , s una solución del PVI (1.8) si y solo si  $\varphi$  es diferenciable en  $J$ ,  $t_0 \in J$  y verifica.

$$\begin{cases} \varphi'(t) = A(t)\varphi(t) + b(t) \\ \varphi(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (1.9)$$



La interpretación geométrica de la solución PVI (1.8), de todas las soluciones o curvas integrales en  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ , se elige aquella que pasa por el punto  $x_0$  en  $t_0 \in J$ , (Perko, 2001).

#### 2.2.8.4 Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias con coeficientes constantes

Sea el problema de valor inicial de la forma:

$$\begin{cases} x' = Ax + b(t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (2.1)$$

La matriz  $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y la función  $b: I \longrightarrow \mathbb{R}^{n \times 1}$  matricial definida en el intervalo  $I \subset \mathbb{R}$  y  $x_0 \in \Omega$ . El sistema (2.1) es un caso particular del sistema (1.8) matricial:

$$x' = Ax + b(t) \quad (2.2)$$

La ecuación (2.2) se denomina sistema de ecuación diferencial ordinaria lineal con coeficientes constantes no homogénea, cuya solución por métodos de separación de variables o coeficientes indeterminados matricialmente.

#### 2.2.8.5 Sistema de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Lineales Homogéneas

Sea el problema de valor inicial de la forma:

$$\begin{cases} x' = Ax \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (2.3)$$

La matriz  $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$  fija  $b: I \longrightarrow \mathbb{R}^{n \times 1}$  matricial definida en el intervalo  $I \subset \mathbb{R}$  y  $t \in \mathbb{R}$ ,  $x_0 \in \Omega$  conocidos. La ecuación diferencial  $x' = Ax$ , se denomina sistema de ecuaciones diferenciales homogénea con coeficientes constantes. Las soluciones serán por los métodos de variación de parámetros o coeficientes indeterminados matricialmente o método de auto valores, (Perko, 2001).

Teorema 1. (Existencia y unicidad de EDOs lineales) Sea  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  conjunto abierto.

La matriz con términos constantes  $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $x_0 \in \Omega$ , el problema de valor inicial definida.

$$\begin{cases} x' = Ax \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (2.4)$$

Tiene la única solución del sistema (2.4) dado como flujo vectorial  $\varphi: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^n$  tal

que:  $\varphi(t) = e^{At}x_0$ . Donde  $\Phi(t) = e^{At}$  es un camino en el espacio de matrices cuadradas de orden  $n \times n$ .

Proposición 1. Si  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  entonces  $\Phi'(t) = Ae^{At}$  para todo  $t \in \mathbb{R}$ .

Proposición 2. Si  $\Phi(t)$  es alguna solución matriz fundamental de (2.2) tiene una única solución del sistema lineal no homogénea (2.4) y tiene condición inicial  $x(0) = x_0$  es única y está definida por:

$$x(t) = \Phi(t)[\Phi^{-1}(t_0)x_0] + \int_0^t \Phi(t)\Phi^{-1}(t_0)b(t)dt \quad (2.5)$$

### 2.2.8.6 Diagonalización de la matriz asociada a sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales

Definición 9. Sea  $V$  espacio vectorial  $n$ -dimensional sobre el campo  $K$  (real o complejo) y la transformación  $T:V \longrightarrow V$ . Se dice que un escalar  $\lambda \in K$  es un autovalor o valor propio de  $T$ , si existe un vector  $v \in V$  llamada auto vector o vector propio de  $T$  asociada al autovalor  $\lambda \in K$ , (Barbolla & Sanz, 1998).

Definición 10. Dada un sistema de ecuaciones diferenciales lineales  $x' = Ax$  y la matriz  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y se denomina polinomio característica de la matriz  $A$  al polinomio de grado  $n$  denotado por  $P_n(\lambda) = \det(A - \lambda I) = (-1)^n[\lambda^n + b_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + b_1\lambda + b_0] = 0$ , tiene  $n$  raíces algunas repetidas reales o complejas, (Barbolla & Sanz, 1998).

Teorema 2. (Formas canónicas de matrices con auto valores). Sea  $A = [a_{ij}] \in \mathbb{F}^{n \times n}$ , donde  $\mathbb{F}$  es campo de los números reales o números complejos. Sea los auto valores  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  de la matriz  $A$  reales o complejas conjugadas todos con multiplicidad algebraica uno. El auto espacios de  $A$  asociado al auto valor  $\lambda_i$  denotados:

$$W_i = Nu(A - \lambda_i I) = \{x \in \mathbb{F}^n / (A - \lambda_i I)x = 0\} \text{ con } i = 1, 2, \dots, n. \text{ Entonces}$$

1.  $\dim W_1 = \dim W_2 = \dots = \dim W_n = 1$
2.  $\mathbb{F}^n = W_1 \oplus W_2 \oplus \dots \oplus W_n$

Si el auto valor de la matriz  $A$  son reales y se obtiene el polinomio característico  $P_A(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0$ , los auto vectores son linealmente independientes y determina

la matriz no singular  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$  esto implica que existe la matriz inversa  $P^{-1} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y finalmente se obtiene la forma canónica de Jordan o diagonal de A:

$$D = J_A = PAP^{-1} = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n] \quad (2.6)$$

## 2.2.9 SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS NO LINEALES

Dado un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales asociada al campo vectorial  $F : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$  tal que  $x' = F(x) \forall x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega$ , punto estable del conjunto abierto y la función vectorial  $F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$  de clase  $C^1(\Omega)$  y las funciones componentes  $f_i : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  diferenciable en todo  $x \in \Omega$ , bajo ciertas condiciones tiene una única solución en el intervalo maximal  $I \subset \mathbb{R}$ , en general esto no es posible encontrar la solución analítica, pero podemos encontrar la solución cualitativa mediante el software matlab y mathematica con la aplicación del teorema de Hartman – Grobman en puntos de equilibrio hiperbólicos del campo vectorial no lineal y la matriz jacobina en puntos de equilibrio esto es  $F(x) = 0$ , esto implica al proceso de linealización del sistema de EDOs de primer no lineales a sistema de EDOs lineales  $\det(DF(x)) \neq 0$  existe la matriz linealizada  $A = DF(x_0)$  (Perko, 2001) y (Villate, 2007).

Definición 11. Sea el campo vectorial  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  diferenciable en  $x_0 \in \Omega$  entonces la derivada parcial del campo vectorial y las componentes  $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x_0)$  existen en todos los puntos de  $x \in \mathbb{R}^n$  tal que  $DF(x_0) = [D_j f_i(x_0)]$  con  $i, j = 1, 2, \dots, n$ , es la matriz jacobiana de orden n, denotado por  $J_F(x_0) = \det(D_j F_i(x_0)) = \frac{\partial(f_1, f_2, \dots, f_n)(x_0)}{\partial(x_1, x_2, \dots, x_n)}$  llamada determinante de la matriz Jacobiana del campo vectorial F en  $x_0 \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ , llamados puntos de equilibrio o crítico del campo vectorial de F, cuando  $F(x) = 0$ .

### 2.2.9.1 Linealización de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales

Sea  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$  conjunto abierto. Un sistema de ecuaciones no lineales  $x' = F(x)$  y una función vectorial  $F = (f_1, f_2, \dots, f_n) : \Omega \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  continuamente diferenciable de clase  $C^r(\Omega)$  con  $r \geq 1$  en punto crítico  $x_0 \in \Omega$ , existen las derivadas parciales continuas  $F \in X^r(\Omega)$ ,

Perko(2001) donde  $D_k F_i(x_0) = \frac{\partial f_i(x_0)}{\partial x_k}$  con  $1 \leq k \leq r$ ,  $k, i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Las funciones componentes  $f_i$  expresadas en su forma de serie de Taylor en  $x_0 \in \Omega$  dada:

$$x'_i = f_i(x_0) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_i(x_0)}{\partial x_i} (x_i - x_{i0}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 f_i(x_0)}{\partial x_i \partial x_j} (x_i - x_{i0}) \cdot (x_j - x_{j0}) + \dots$$

$$x'_i = f_i(x_0) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_i(x_0)}{\partial x_i} X_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 f_i(x_0)}{\partial x_i \partial x_j} X_i \cdot X_j + \dots \quad (2.7)$$

$$x' = F(x_0) + DF(x_0)x + \frac{1}{2} D^2 F(x_0) \cdot \langle x, x \rangle + \dots$$

Entonces tenemos sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden linealizada en punto crítico, (Benaciz, 2007).

$$x' = DF(x_0)x = Ax, \quad (2.8)$$

Observaciones:

1. El primer término de la serie de Taylor para el campo vectorial es buena aproximación del sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden no lineales y los siguientes términos son nulas en el punto crítico.
2. Si  $x_0$  es punto crítico del campo vectorial  $F : \Omega \subset \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n$  de clase  $C^r(\Omega)$  con  $r \geq 1$  y la solución del sistema es:

$$\varphi_p(t) = e^{At} p + \int_0^t e^{(t-s)A} r_p(\varphi_p(s)) ds, \quad \forall t \in I(p) \quad (2.9)$$

3. Si  $x_0 \in \Omega$  punto de equilibrio del campo vectorial con  $F(x) = 0$ , asociado del Sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales  $x' = F(x)$ , tenemos.

$$A = DF(x_0) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x_0)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(x_0)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(x_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x_0)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(x_0)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(x_0)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(x_0)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

El sistema (2.10) es la matriz  $A = DF(x_0)$  linealizada del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales de primer orden, (Perko, 2001).

Definición 12. Si  $x_0$  es punto crítico del campo vectorial asociado a sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden no lineal  $x' = F(x)$ , es llamado atractor o nodo, si todos los autovalores de la matriz linealizada en puntos críticos del campo vectorial y tienen parte real negativas y por tanto es estable.

Si  $x_0$  es punto crítico del campo vectorial asociado a sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden no lineal  $x' = F(x)$ , es llamado fuente, si todos los autovalores de la matriz linealizada en puntos críticos del campo vectorial tienen parte real positivas y por tanto es inestable.

Si  $x_0$  es punto crítico del campo vectorial asociado a sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden no lineal  $x' = F(x)$ , es llamado punto silla, si algunos auto valores de la matriz linealizada en puntos críticos del campo vectorial tienen parte real negativas y algunos auto valores tienen parte real positivas y esto resulta inestable, (Villate, 2007).

Teorema 3.-(Teorema de Hartman y Grobman) sea  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$  un abierto y  $F \in X'(\Omega)$  y  $a \in \Omega$  una singularidad hiperbólica de F. Si la matriz  $A = DF(x_0) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Entonces F es localmente topológica conjugada de la matriz A en punto crítico y origen.

## 2.2.10 SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS LINEALES BIDIMENSIONALES

Más que la estabilidad o inestabilidad de los puntos críticos, en esta sección, pondremos de interés el comportamiento cualitativo de las curvas solución en las cercanías del origen o puntos críticos hiperbólicos del campo vectorial  $F : \Omega \subseteq \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$  continuas y diferenciables de clase  $C^1(\Omega)$ , asociado a sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden lineal homogénea  $x' = F(x, y) + F(t)$ , esto es:

$$\begin{cases} x' = a x(t) + b y(t) \\ y' = c x(t) + d y(t) \end{cases} \quad (2.11)$$

Expresión del sistema de ecuación diferencial de primer orden lineal en su forma matricial, resulta,  $x' = Ax : \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , entonces la matriz es,  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  de modo que la

determinante sea distinto de cero en el punto crítico, esto es,  $\det A \neq 0$ . La solución del sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden lineal es el flujo vectorial

$$\varphi: I \times \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^2 \text{ Diferenciable } \varphi(t, X) = e^{tA} X, \forall X = (x, y) \in \Omega \text{ y } \forall t \in I \subset \mathbb{R}.$$

Teorema 4. Sea sistema de ecuación diferencial ordinaria de primer orden bidimensional:

$$\begin{cases} x' = ax + by \\ y' = cx + dy \end{cases} \quad (2.12)$$

Que tiene los autovalores  $\lambda_1, \lambda_2$  de la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  de elementos reales y verifica el punto crítico  $X_0 = (x_0, y_0)$  del campo vectorial  $F$ , (Villate, 2007):

- 1) Si  $\lambda_1, \lambda_2$  son reales y distintas, además  $\lambda_1 < \lambda_2$  en punto de equilibrio, entonces:
  - a) Si  $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$  reales distintas y negativas, entonces el origen es un nodo estable y atractor (sumidero).
  - b) Si  $0 < \lambda_1 < \lambda_2$  reales distintas y positivas, entonces el origen es un nodo inestable y fuente.
  - c) Si  $\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0$  reales distintas y signos opuestos, entonces el origen es silla.
- 2) Si  $\lambda_1 = \lambda_2$  reales e iguales, entonces se afirma:
  - a) Si  $\lambda_1 = \lambda_2 < 0$  reales iguales y negativas, entonces el origen es un nodo estable y atractor (sumidero).
  - b) Si  $\lambda_1 = \lambda_2 > 0$  reales iguales y positivas, entonces el origen es inestable y fuente.
- 3) Los autovalores  $\lambda_1 = \alpha + i\beta, \lambda_2 = \alpha - i\beta$  son complejos conjugados entonces:
  - a) Si  $\alpha < 0$  el origen o punto crítico es un foco estable o espiral.
  - b) Si  $\alpha > 0$  el origen o punto crítico es un foco inestable o espiral.
  - c) Si  $\alpha = 0$  el origen o punto crítico es estable o un centro.

Analizar y estudiar el flujo generado por las matrices cuadradas de orden 2, esto es,  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  y por el teorema de existencia y unicidad del problema de valor inicial el comportamiento cualitativo del flujo vectorial del campo vectorial asociada a  $x' = F(x, y), \forall X_0 = (x_0, y_0) \in \Omega$ , basta estudiar la forma canónica de la matriz de Jordan  $J_F = PAP^{-1}$  si y solo si,  $A = P^{-1} J_F P$ , donde  $P$  es la matriz del conjunto de autovectores columna linealmente independientes invertible, Benaciz (2007). Si el polinomio característico de la matriz  $A$  de orden 2 asociada a sistema de EDOs está

Definida como:  $P_2(\lambda) = \lambda^2 - \text{traza}(A)\lambda + \det(A) = 0$ , si los auto valores de matriz de

forma canónica  $J_A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$  son raíces y distintas entonces los flujos vectoriales en

cualquier punto  $P_0 = (x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$  dado por:  $\varphi(t, P_0) = (e^{\lambda_1 t} x_0, e^{\lambda_2 t} y_0) \forall t \in \mathbb{R}$ .

(a) Para determinar el comportamiento geométrica de las demás órbitas observamos la

siguiente solución del sistema  $x' = A X$  entonces  $\begin{cases} x(t) = e^{\lambda_1 t} x_0 \\ y(t) = e^{\lambda_2 t} y_0 \end{cases}, t \in \mathbb{R}, x_0 \neq 0, y_0 \neq 0,$

pero, expresar en forma de funciones de potencia  $y = y_0 \left| \frac{x}{x_0} \right|^{\lambda_2/\lambda_1}$  o  $x = x_0 \left| \frac{y}{y_0} \right|^{\lambda_1/\lambda_2}$  con

auto valores reales diferentes de cero y presentamos los gráficos de  $y = C x^\alpha$ .

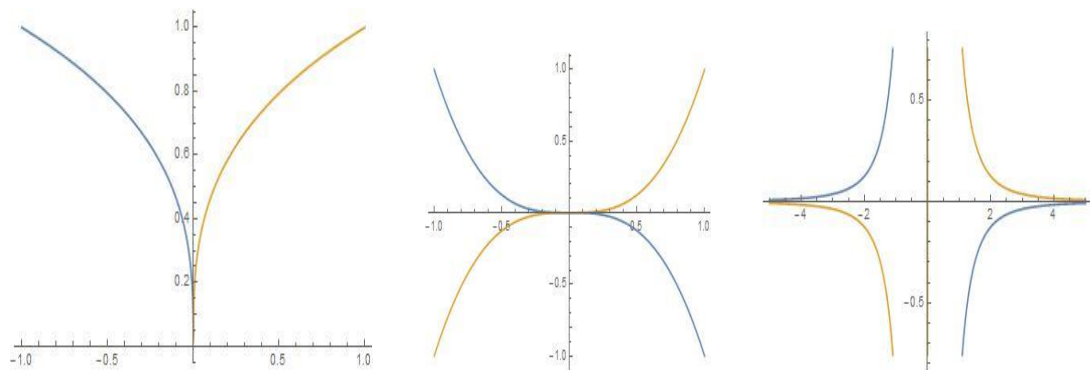


Figura 2 Funciones Potencia. (a):  $y = c x^\alpha, 0 < \alpha < 1$  (b):  $y = c x^\alpha, \alpha > 1$  (c):  $y = c x^\alpha, \alpha < 0$

La figura 2, (a), (b) y (c) las orientaciones que se alejan o entran al origen  $F(X)=(0,0)$  dependen del auto valor de la matriz, y estos resultarían punto atractor o fuente.

(b) Si  $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$  entonces  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t, P_0) = (0,0) \forall P_0 \in \{ \mathbb{R}^2 - (0,0) \}$  y origen es atractor.

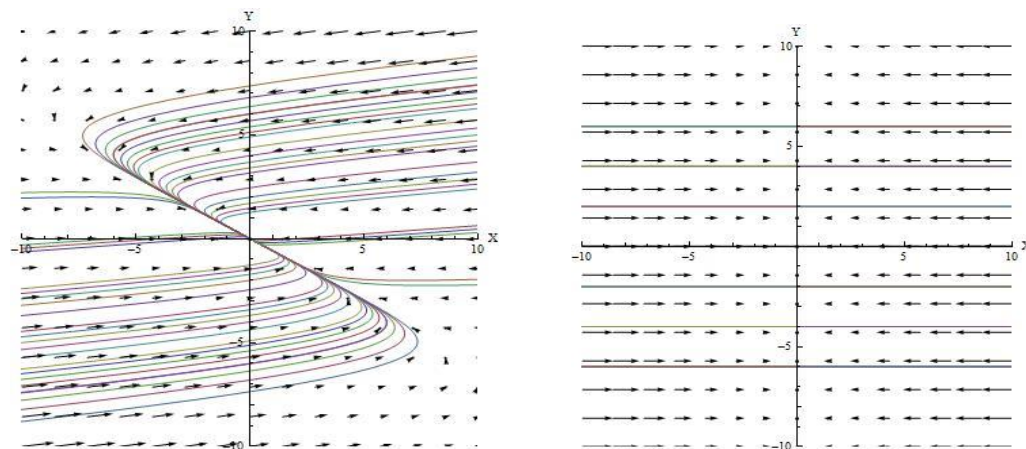


Figura 3 Diagrama de fase que convergen en puntos críticos. (a) Si  $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$ , si (b)  $\lambda_1 < 0, \lambda_2 = 0$

(c) Si  $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$  entonces  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t, P_0) = (0,0) \forall P_0 \in \{ \mathbb{R}^2 - (0,0) \}$  y el origen es punto silla, que todas las trayectorias vienen del infinito y van al infinito positivamente y negativamente y los ejes coordenados coinciden sobre el eje X, entran y sobre el eje Y salen y presentamos diagrama de fase del sistema  $x' = AX$ . Es mas se observa punto silla en la figura 4. (a), mientras en la figura 4. (b) la líneas verticales parten del eje x.

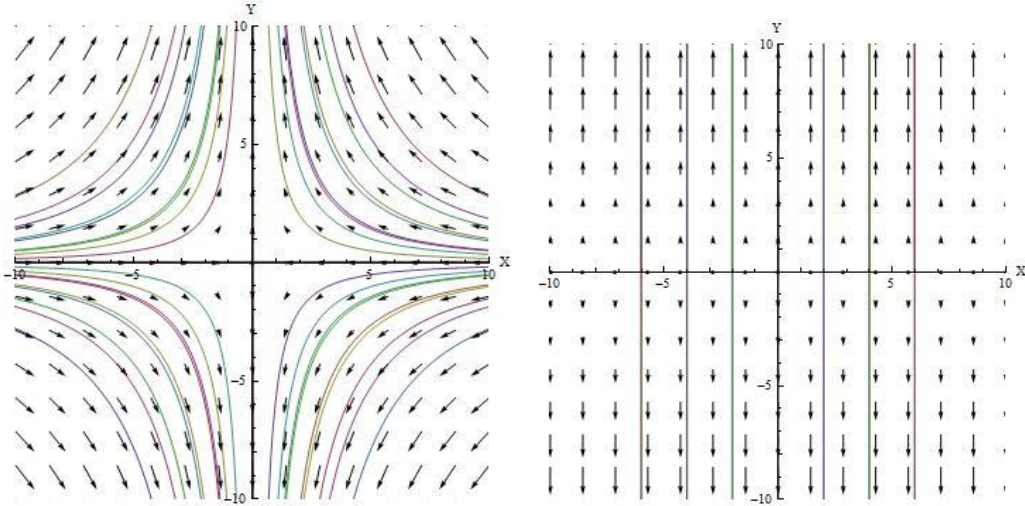


Figura 4 Diagrama de fase para SEDO lineal (a) si  $\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0$  (b) si  $\lambda_1 = 0, \lambda_2 < 0$

(d) Si  $\lambda_1 = \lambda_2$  reales entonces  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t, P_0) = (0,0) \forall P_0 \in \{ \mathbb{R}^2 - (0,0) \}$  y el origen es punto atractor o fuente, que todas las trayectorias vienen del infinito y convergen en el origen y otros van al infinito del origen radialmente divergentes y presentamos diagrama de fase del sistema  $x' = AX$ , es familia de rectas que pasan por origen,  $y = \pm C x$ .

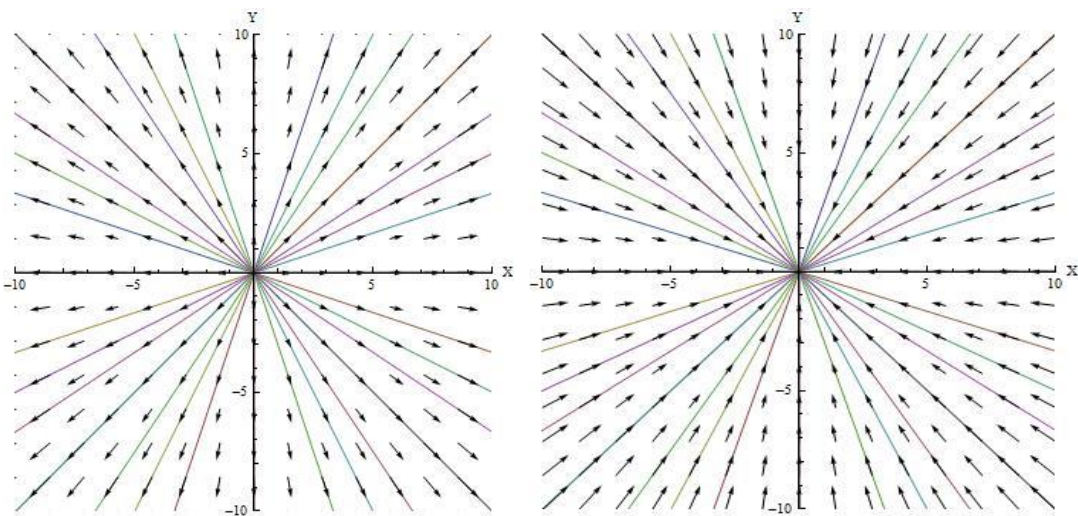


Figura 5 Diagrama de fase de SEDO fuentes y atractores en punto crítico (a) Si  $\lambda_1 = \lambda_2 > 0, x' = AX$  (b) si  $\lambda_1 = \lambda_2 < 0$  para  $x' = AX$



(e) Finalmente presentamos auto valores complejas  $\lambda_1 = \alpha \pm i\beta$  del sistema de EDOs de primer orden lineal en el plano en las matrices lineales en puntos críticos del campo vectorial bidimensionales y cuya solución es:

$$\varphi(t, X) = e^{\alpha t} [x_0 \cos \beta t + y_0 \operatorname{sen} \beta t, x_0 \operatorname{sen} \beta t - y_0 \cos \beta t]$$

Ejemplo 1: sean los campos vectoriales  $F_1: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tal que  $x' = F_1(X) = (x, -y)$  y  $x' = F_2(X) = (x, -y + x^3)$  continuamente diferenciables de clase  $C^\infty(\Omega)$ , existe un

homeomorfismo  $h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tal que  $h(x, y) = (x, y + \frac{x^3}{4})$  satisface

$$h(\varphi(t, X)) = \varphi_2(t, h(X)) \text{ para todo } t \in \mathbb{R}, \forall X = (x, y) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2.$$

Solución:

1ro. El sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden asociado al campo vectorial  $F_1(x, y) = (x, -y) = (0, 0)$  entonces el punto crítico es el origen  $x_0 = 0, y_0 = 0$  y expresaremos en su forma matricial sistema de ecuación diferencial de primer orden lineal

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

entonces los auto valores de la matriz lineal es  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1$  son reales uno positiva y otra negativa entonces el punto crítico origen es punto silla. Y la solución del sistema de ecuación

diferencial ordinaria de primer orden lineal resulta:  $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$  con  $X = (0, 0)$ . El flujo

vectorial es  $\varphi_1: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tal que la solución única del sistema lineal es:

$$\varphi_1(t, X) = e^{At} X = \begin{pmatrix} e^t & 0 \\ 0 & e^{-t} \end{pmatrix} X = (e^t x, e^{-t} y).$$

2do. El sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden no lineal asociado al campo vectorial  $F_2(x, y) = (x, -y + x^3) = (0, 0)$  entonces el punto crítico es el origen  $x_0 = 0, y_0 = 0$ , utilizando matriz jacobiana del campo vectorial, esto es:

$$A = DF_2(0, 0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{pmatrix}_{(0,0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2x^2 & -1 \end{pmatrix}_{(0,0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \text{ es la matriz linealizada en el}$$

punto crítico del campo vectorial  $F_2$ . Ahora el sistema de Ecuaciones Diferenciales

Ordinarias expresamos en su forma matricial, para hallar el auto valores de la matriz A linealizadas en puntos de equilibrio del campo vectorial  $F_2(x, y) = (x, -y + x^3) = (0, 0)$ .

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3x^2 & -1 \end{pmatrix}_{(0,0)} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \text{ entonces los autovalores de la matriz lineal es}$$

$\lambda_1=1, \lambda_2=-1$  son reales uno positiva y otra negativa entonces el punto crítico origen es punto silla, además el origen es inestable. Y la solución del sistema de ecuación diferencial ordinaria de primer orden lineal resulta:

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \text{ con } X = (0, 0)$$

El flujo vectorial es  $\varphi_2 : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$  tal que la solución única del sistema lineal es:

$$\varphi_2(t, X) = e^{At} X = (xe^t, (y - \frac{x^3}{4})e^{-t} + \frac{x^3}{4}e^{3t})$$

3ro. La representación del diagrama de fase del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de  $x' = F_1(X)$  e  $x' = F_2(X)$ , estos conservan las propiedades topológicas de la familia de curvas integrales utilizado el software mathematica y software matlab, el primero es lineal y el segundo es no lineal, esto es:

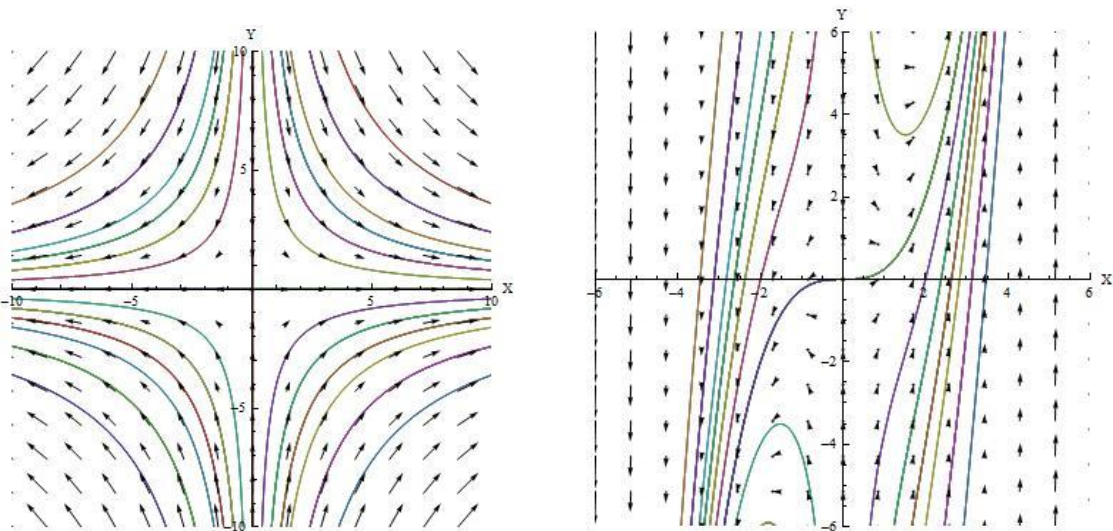


Figura 6 Diagrama de fase S.L.  $x' = (x, -y)$  y Diagrama de fase de S.no L.  $x' = (x, -y + x^3)$

Ejemplo 2: Halle el flujo vectorial y dibuje diagrama de fase de sistema de ecuaciones

diferenciales ordinarias de primer orden lineal: 
$$\begin{cases} x' = -x - y \\ y' = x - y \end{cases} .$$

Solución:

1ro. Expresamos el sistema de ecuación diferencial ordinaria de primer orden lineal en su

forma matricial  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , entonces la matriz es  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$  cuadrada de

orden 2, a continuación hallamos los autovalores de esta matriz, además el punto crítico del campo bidimensional,  $F(x, y) = (0, 0)$ .

Hallemos los autovalores de la matriz A, y esto es:  $P_2(\lambda) = |A - \lambda I| = (\lambda + 1)^2 + 1 = 0$  y resolviendo el sistema ecuación resulta  $\lambda = -1 \pm i$  son números complejos. El punto crítico del campo vectorial  $F(x, y) = (-x - y, x - y) = (0, 0)$ , es el origen y es punto estable, esto permite afirmar la parte real de los autovalores es negativa, entonces el punto crítico origen es un atractor y estable, de modo las orbitas vienen del infinito y convergen al origen.

2do. La solución analítica arbitraria llamada flujo vectorial  $\varphi(t, X) = e^{tA} X_0$ , utilizando el software wólfram mathematica.

$$\varphi(t, X_0) = (x_0 e^{-t} \cos t - y_0 e^{-t} \sin t, y_0 e^{-t} \cos t + x_0 e^{-t} \sin t)$$

3ro. La representación del diagrama de fase del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y lineal Figura(a).

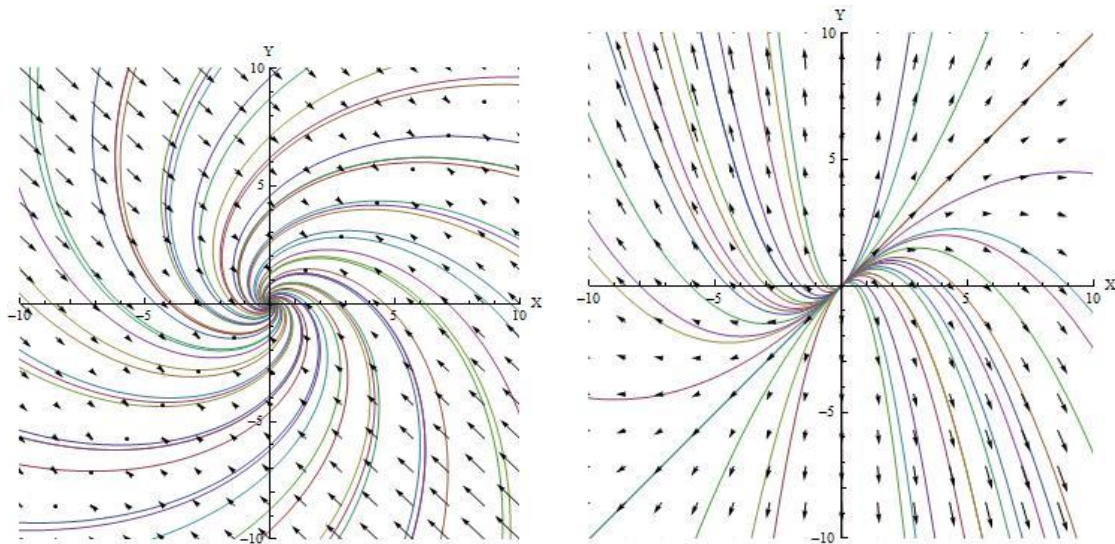


Figura 7 Diagrama de fase (a):  $\lambda = -1 \pm i$  y (b): Diagrama de fase  $\lambda = 1, \lambda = 2$

En la figura (a), el punto crítico es el origen y resulta de singularidad hiperbólica estable y atractor, son de la forma espirales entrando al origen, porque las trayectorias vienen del infinito y todos convergen en el origen, es como si fuera un remolino de agua entrando.

Ejemplo 3: Halle el flujo vectorial y dibuje diagrama de fase de sistema de ecuaciones

diferenciales ordinarias de primer orden lineal: 
$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -x + 2y \end{cases}$$

Solución:

1ro. Expresamos en su forma matricial  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , entonces  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Hallemos los autovalores de la matriz  $A$ , y esto es:  $P_2(\lambda) = |A - \lambda I| = (-\lambda + 2)(1 - \lambda) = 0$  y resolviendo el sistema ecuación resulta  $\lambda = 1$ ,  $\lambda = 2$  son números reales positivas. El punto crítico del campo vectorial  $F(x, y) = (x, -x + y) = (0, 0)$ , es el origen y es punto inestable, esto permite afirmar la parte real de los autovalores es positiva, además es una fuente.

2do. La solución analítica arbitraria llamada flujo vectorial  $\varphi(t, X) = e^{tA} X$ , utilizando el software wólffram mathematica.

$$\varphi(t, X_0) = (x_0 e^t, -x_0(-1 + e^t)e^t + y_0 e^{2t})$$

3ro. La representación del diagrama de fase del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y lineal Figura (b).

En la figura (b), el punto crítico es el origen y resulta de singularidad hiperbólica inestable y fuente, son de la forma espirales saliendo del origen, porque las trayectorias parten del origen al infinito y todos divergen del origen, es como si fuera un remolino de agua saliendo.

Ejemplo 4. El modelo presa y predador, es uno de los temas clásicos en Ecología, estudio de dos especies que actúan recíprocamente representada por una relación entre predador y presa, esto es: el modelo zorros y conejos; modelo de parasito y su huésped; los herbívoros y los pastos; población de explotados y explotadores, fluctuaciones de puentes y se representa por un modelo matemático de ecuación diferencial de primer orden no lineal y esto es:

$$\begin{cases} x' = a x + b xy \\ y' = c y + d xy \end{cases} \quad (2.13)$$

Los coeficientes sean  $a = 2$ ,  $b = -1$ ,  $c = -3$ ,  $d = 1$ , la ecuación diferencial ordinaria de primer orden no lineal resulta:

$$\begin{cases} x' = 2x - xy \\ y' = -3y + xy \end{cases} \quad (2.14)$$

1ro. El sistema (2.14), es una ecuación diferencial ordinaria de primer orden no lineal, cuyas componentes del campo vectorial  $F(x, y) = (2x - xy, -3y + xy)$  es no lineal y hallamos los puntos críticos, esto es,  $F(x, y) = (2x - xy, -3y + xy) = (0, 0)$  resolviendo el sistema ecuación no lineal tiene  $(0, 0)$ ,  $(3, 2)$  dos puntos críticos del campo vectorial asociado a sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineal de primer orden  $x' = F(x, y)$ .

2do. Ahora expresaremos en su forma matricial sistema de ecuación diferencial ordinaria de primer orden no lineal, utilizando la matriz jacobiana del campo vectorial, esto es:

$$A = DF(x_0, y_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{pmatrix}_{(x_0, y_0)} = \begin{pmatrix} 2-y & -x \\ y & -3+x \end{pmatrix}_{(x_0, y_0)}, \text{ es la matriz linealizada y}$$

evaluamos en puntos críticos del campo vectorial  $F$ .

a) Si el origen  $(0, 0)$  es punto crítico del campo vectorial  $F$ , entonces la matriz linealizada

$$\text{es } A = DF(0, 0) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, \text{ entonces los autovalores de la matriz, utilizando el}$$

polinomio característico  $P_2(\lambda) = \det(A - \lambda I) = (2 - \lambda)(-3 - \lambda) = 0$  y resulta  $\lambda = 2, \lambda = -3$ , esto nos permite afirmar, el origen  $(0, 0)$  es punto silla.

El sistema ecuación diferencial ordinaria linealizada en su forma matricial en el origen es:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-y & -x \\ y & -3+x \end{pmatrix}_{(0,0)} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ y } \varphi(t, X) = e^{At} X = (e^{2t} x, e^{-3t} y)$$

b) El punto crítico  $(3, 2)$  de  $F$ , entonces la matriz linealizada es  $B = DF(3, 2) = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

, entonces los auto valores de la matriz, utilizando el polinomio característico  $P_2(\lambda) = \det(B - \lambda I) = 6 + \lambda^2 = 0 \Rightarrow \lambda = \pm\sqrt{6}i$ , esto nos permite afirmar, el punto  $(3, 2)$  es punto estable y centro de sistema EDOs forma matricial en el origen es:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-y & -x \\ y & -3+x \end{pmatrix}_{(3,2)} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \text{ solución es el flujo vectorial}$$

$$\varphi(t, X) = e^{At} X = (x \cos \sqrt{6}t - y \sin \sqrt{6}t, \frac{\sqrt{6}x}{3} \sin \sqrt{6}t - \frac{\sqrt{6}y}{3} \cos \sqrt{6}t)$$

c) Presentamos el diagrama de fase de sistema EDOs en los puntos críticos del campo vectorial  $F$ , en  $(0, 0)$ ,  $(3, 2)$  respectivamente.

$$(a) \begin{cases} x' = 2x \\ y' = -3y \end{cases} \text{ en } (0,0). \text{ Y el sistema} \quad (b) \begin{cases} x' = -3y \\ y' = 2x \end{cases} \text{ en } (3,2).$$

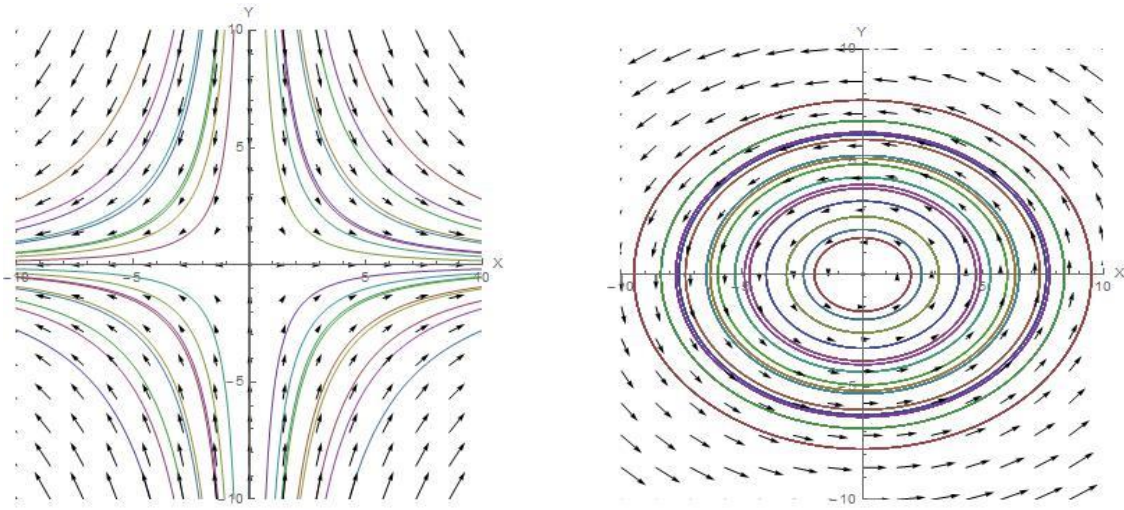


Figura 8 Diagrama de fase (a):  $A = DF(0,0)$ , punto silla, inestable y Caso (b):  $B = DF(3,2)$ , punto estable y centro.

3ro. Presentamos el diagrama de fase del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de

primer orden no lineal, solución cualitativa de: 
$$\begin{cases} x' = 2x - xy \\ y' = -3y + xy \end{cases}$$

Es una familia de trayectorias cerradas en los puntos críticos hallados, del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden no lineal.

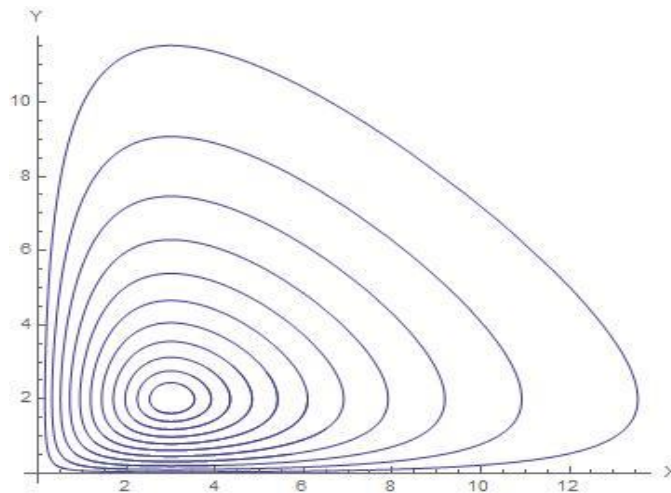


Figura 9 Diagrama de fase para la dinámica de evolución de presas y depredadores

### 2.3 RENDIMIENTO ACADÉMICO

El rendimiento académico universitario constituye nivel de eficiencia o deficiencia de aprendizaje en estudiantes, producto de la enseñanza como actividad académica del docente.

### 2.3.1 Definición de rendimiento académico

Humberto (1990). Explica el bajo rendimiento del estudiante universitario está relacionado de múltiples factores: pedagogía aplicada por el docente no adecuada, falta de apoyo de padres de familia, falta de plena confianza en su memoria, dedicación a la tarea de estudiar, entre otros; mientras, la excelencia académica implica cumplimiento de metas, logro de objetivos establecidos en asignatura, este indicador establece nivel de aprendizaje, la medida de una calificación cuantitativa o cualitativa satisfactorio, en muchos casos es insatisfactorio, esto encamina a la deserción o abandono de la asignatura. El apoyo de padre de familia es muy importante, así mismo, la metodología y pedagogía que aplica en sesión de clase el docente, con o sin inclusión del software matemático para fortalecer su aprendizaje, asimilación de conocimientos cognitivos y procedimentales.

Figuroa (2004). Señala el aprendizaje es exteriorización de saberes producto de la asimilación de contenidos temáticos, expresado en calificaciones en sistema vigesimal y sintetiza la acción del proceso educativo, del aspecto cognitivo, habilidades, destrezas del desempeño académico y actitud adecuada que pone el estudiante en la tarea de estudiar, para el logro eficiente de aprendizaje e intervienen la adecuada aplicación de la metodología del docente, aspectos endógenos del estudiante, apoyo de la familia entre otros. Bajo rendimiento académico, significa que el estudiante, no pone en mínimo interés de aprender, ni esfuerzo para estudiar imprescindibles para una asimilación de conocimiento cognitivo, esto evidencia y repercute en el fracaso del educando y afecta a toda la comunidad educativa padres, profesores y por ende a la sociedad.

Garbanzo (2007). Fundamenta el rendimiento académico es resultado de una evaluación escrita de una serie de ítems, preguntas de acuerdo al avance silábico que obtiene un estudiante a estímulos, objetivos establecidos, la primacía de calidad educativa agrupa tres categorías: los determinantes endógenos, exógenos e institucionales que a su vez, los propios indicadores de nivel de aprendizaje, debido a que posee las herramientas y habilidades necesarias para el estudio, teniendo plena confianza en su memoria, presta atención en sesiones de clase, concentración y anota apuntes.

Martin, García , & Rodriguez (2008). Fundamentan los niveles de aprendizaje categorizadas en muy bueno, bueno, regular y malo asociada a la responsabilidad y dedicación a la tarea de estudiar, en base a los creditaje de la asignatura, tasa de eficiencia, tasa de éxito académico, esto, exige al estudiante realizar todo los exámenes y aprobarlos

todas las asignaturas y no abandona la carrera profesional emprendida. Por este motivo, seleccionar a los estudiantes universitarios a partir de segundo semestre, con su primer antecedente académico formado, y responder a las componentes del proceso de aprendizaje, unido a ciertos juicios de valor de medida por grupos de expertos denominado grupo calificado cuantitativamente en sistema vigesimal.

### **2.3.1.1 Importancia del Rendimiento Académico**

Es importante porque evidencia la escala o medida de aprendizaje de los estudiantes, esto implica logro de objetivos educacionales, bajo fundamento teórico, práctica computacional, aspectos determinantes del desarrollo integral de la personalidad y relaciones personales y que sean útiles a la sociedad. El eficiente rendimiento de los estudiantes, no solo es dominio de conocimientos cognitivos, manejo adecuado de las herramientas del software matemático, sino el autoestima, aspectos psicológicos, la memoria, sino es resultado de diversas etapas del proceso educativo para cual se requiere esfuerzo, dedicación y sacrificio en la tarea de estudiar, la metodología que aplica el docente en la sesión de clase, inclusión de software educativo y apoyo de padre de familia, actitudes favorables del educando para estudiar (Jaquinet, , Rivero , & Garbache, 2016) .

### **2.3.1.2 Factores que Influyen en el Rendimiento Académico**

- Factores intrínsecos: La inteligencia, memoria, motivación, capacidad de atención y concentración en sesión de clase, predisposición al estudio, aspectos determinantes inherentes para lograr un aprendizaje bueno tendiente a muy bueno.
- Factores extrínsecos: condiciones de medio, apoyo de padres de familia, relaciones sociales, alimentación y salud, ambiente de trabajo, materiales bibliográficos, metodología que aplica y actitud del docente.

### **2.3.1.3 Evaluación del Proceso de Aprendizaje**

Casanova(2012). Explica la evaluación en nivel superior es proceso sistemático de aplicación de pre test y post test en sistema vigesimal, resultado de muchas actividades concernientes a la tarea de estudiar y obtener una posible información y significativa para conocer las categorías de aprendizaje, juicio crítico y tomar decisiones adecuados en caso de existir aprendizaje deficiente y cambiar técnicas y métodos de enseñanza para homogenizar y mejorar progresivamente el aprendizaje. Es decir, la evaluación en un instrumento eficaz y favorecedor del proceso de enseñanza, imprimido de la voluntad, esfuerzo, dedicación, resultado de la actividad del docente, así mismo del estudiante, materiales educativos y la institución. La evaluación del aprendizaje según su temporalización puede ser en sistema vigesimal de cero a veinte puntos:



- Evaluación inicial
- Evaluación de proceso
- Evaluación final

#### 2.3.1.4 Medición de Niveles de Rendimiento Académico

Miljanovich (2000). Clasifica los niveles de aprendizaje en intervalos de las calificaciones cuantitativas en sistema vigesimal, similar calificaciones cualitativas, teniendo en cuenta que los docentes evalúan las capacidades de aprendizaje conceptual, procedimental y actitudinal, estas evaluaciones son producto de asimilación, comprensión y exteriorización de contenidos en exámenes parciales, en proceso, trabajos monográficos, se someten a evaluación continua de los estudiantes de ser responsables, la conducta. El sistema educativo peruano de nivel secundario y superior, considera la calificación en sistema vigesimal de cero (0) puntos a veinte (20) puntos, categorizados desde un aprendizaje bien logrado, aprendizaje logrado regularmente y un aprendizaje deficiente. La nota mínima aprobatoria es once (11 puntos).

Reyes (1988). Establece la evaluación de aprendizaje en los tres niveles de educación peruana el sistema vigesimal, es decir de 0 puntos a 20 puntos (Miljanovich, 2000), valorados en logro de aprendizaje desde un aprendizaje previsto, hasta un aprendizaje inicio; en la presente investigación la evaluación de estudiantes involucrados en sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con valorización de las calificaciones que obtienen los estudiantes de ingeniería Civil de UAP, Filial de la ciudad de Puerto Maldonado.

*Tabla 1 Valoración o nivel de rendimiento académico*

Notas del promedio	Nivel o escala de aprendizaje logrado	Valoración del R.A
20 puntos a 18 puntos	Muy bueno	Aprendizaje bien logrado
17 puntos a 14 puntos	Bueno	Aprendizaje regularmente logrado
13 puntos a 11 puntos	Regular	
10 puntos a menos	Deficiente	Aprendizaje deficiente

*Fuente: DIGEBARE - Reyes M, E(1988). Influencia del Programa Curricular y del Trabajo Docente Escolar en Historia del Perú del Tercer Nivel de la Facultad de Educación- UNMSM-Lima.*

*Muy bueno:* evidencia logro de aprendizaje previsto, incluso demuestra manejo satisfactorio en tarea de estudiar.

*Bueno:* evidencia logro de aprendizaje previsto en el tiempo programado.

*Regular:* evidencia que está en camino de lograr un aprendizaje previsto y requiere refuerzo e intervención del docente un tiempo razonable para lograrlo.

*Deficiente:* el estudiante está en inicio de lograr aprendizaje y evidencia dificultad para aprender y necesita mayor acompañamiento e intervención del docente.

### **2.3.2 Rendimiento académico de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias**

Elaboración de módulos didácticos y guías de laboratorio computacional según las estrategias software matlab para la enseñanza y aprendizaje de sistema de EDOs, y ejecución de los mismos y elaboración de módulos instructivos siguiendo los elementos de un módulo de aprendizaje y desarrollo de las competencias de aprendizaje resultan una labor sustantiva, dada la importancia del proceso de enseñanza uso de método magistral, método experimental en el proceso educativo, con la finalidad que los estudiantes logren desarrollar sus capacidades de observación, análisis, experimental, habilidades y la abundancia de conocimiento TICs para la resolución de problemas de sistema EDOs con inclusión del software matlab y las paradigmas alternativos de la educación en nivel universitario consideran docentes para el proceso de enseñanza un reto del uso de los medios informáticos o TICs y el proceso evaluación de los estudiantes serán de acuerdo a los criterios y métodos considerados en el presente investigación en el sistema vigesimal, con aplicación de la prueba de entrada y prueba de salida en estudiantes de la carrera profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Alas Peruanas de la ciudad de Puerto Maldonado, (Crispin, Gómez, Ramires, & Ulloa, 2012) y (Perko, 2001).

### **2.3.3 Las competencias de capacidades de aprendizaje de sistema de (EDOs)**

Las capacidades de aprendizaje hacen una distinción de conocimiento cognitivo, procedimental, actitudinal, esto con la necesidad de potenciar las formas de razonar y concebir las ideas matemáticas abstractas o concretas a un andamiaje de pensamiento lógico matemático, requiere tener habilidades matemáticas, computacionales, observacional, el desarrollo de competencias representa, comunica y matematiza situaciones asociados a sistema de EDOs de primer orden que requieren ser asimilados, comprenderlas a través de fuentes de información primaria y secundaria, seguida de búsqueda de información y aplicar las fuentes de información de procedimientos, seguida establecer los criterios de valoración de fuentes de información para validar y seleccionar la información fiable y aplicar el pensamiento crítico y reflexivo y razonamiento lógico en el quehacer de la vida académica. La práctica fortalece a los estudiantes y le desarrollan sus capacidades de razonamiento y demostración de teoremas, proposiciones, interpretación de gráficos y símbolos, y la capacidad para resolver problemas asociados al contexto real utilizando conceptos, definiciones propiedades y teoremas de ecuaciones

diferenciales ordinarias lineales o no lineales; es decir, la matemática avanzada como ciencia y herramienta para las ingenierías, es instrumento que nos permite explicar los fenómenos sociales, físicos, químicos, ambientales entre otros, mediante modelos matemáticos descritos por sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, (Morales , García , Campos , & Astroza, 2013).

### **2.3.3.1 Capacidad de Aprendizaje Razonamiento y Demostración**

La componente de razonamiento y la demostración de aprendizaje es fundamental y necesaria para establecer una teoría o leyes matemáticas, esto implica, expresar de manera formal y con simbologías matemáticas una estructura lógica y con justificación de conceptos, teoremas, lemas y proposiciones, son modos potentes de organizar una estructura matemática, de razonamiento lógico y funcional, mediante símbolos , códigos resultados de una investigación de matemática pura, fenómenos concretos; las personas razonan y piensan con sentido crítico para argumentar un principio, ley matemática analíticamente y lógicamente basados en reglas matemáticas, patrones estructuradas, bien definidas para formalizar una teoría; con reglas matemáticas justificadas que validan una proposición o ley matemática. Una demostración matemática de una proposición o ley matemática implica expresar de manera formal, rigurosa fenómenos concretos particulares o generales razonables y justificadas, los teoremas, lemas que garantizan un tema específico, que generalizan una norma, principio a lo particular con método deductivo e inductivo (Fiallo, Camargo , & Gutierrez, 2013)

- a) Reconocer el razonamiento y la demostración componente fundamental para establecer una teoría o ley concisa, precisa, coherente y formal como teoremas, proposiciones, lemas y propiedades estructurales de un tema específico.
- b) Para formular e investigar proposiciones matemáticas, es necesario conocer el problema objeto de estudio con rigor matemático, teniendo las condiciones iniciales del problema, para la resolución de problema.
- c) Planificar y organizar estrategias didácticas necesarias para proceder las demostraciones de un teorema, proposiciones utilizando propiedades o leyes matemáticas, definiciones, con argumentos justificados siguiendo reglas matemáticas establecidas.
- d) Elegir y utilizar varios tipos de razonamiento apropiado para realizar demostraciones matemáticas, y usar métodos y técnicas conocidas para la resolución de problemas y ejercicios de forma analítica, o establecer soluciones cualitativas.

### **2.3.3.2 Capacidad de Aprendizaje de comunicación matemática**

La capacidad de comunicación matemática permite relacionarnos, comunicarnos de profesor a estudiante o entre estudiantes al poder leer, escribir, interpretar una teoría o ley matemática o ideas matemáticas avanzadas y transmitir mediante un lenguaje formal y matemático, con simbologías, operaciones algebraicas y lógicas y facilita a los estudiantes comprender, asimilar, interiorizar y exteriorizar con precisión las ideas matemáticas, a través de una simbología y notación matemática universal clara y coherente utilizando expresiones verbales, escritas o representaciones gráficas.

Fernandez (2003) de National Council of Teachers de Mathematics (NTCM), la capacidad de comunicación matemática, es una forma de comunicación de simbologías, notaciones, estructuras matemáticas, estos son teorías, leyes, proposiciones, teoremas, definiciones; analizar y comprender literalmente el fundamento o argumento que expresa ideas abstractas y concretas de la matemática superior, esto implica, organizar, interpretar, motivar, aplicar de manera coherente y con claridad en el mismo lenguaje matemático formal que exprese las ideas matemáticas, con la comunicación matemática tanto como se expresa y como lee. La conversación en lenguaje matemática no solo fomenta por su propio valor sino debido a los efectos que se produzcan en aprendizaje y la producción del conocimiento científico, tecnológico, cultural y social; cabe aclarar la interpretación de los gráficos a través de la observación y luego saber comunicar a los demás y expresiones simbólicas que llegan a ser objeto de análisis, reflexión, discusión en base a los contenidos temáticos, utilizando un lenguaje matemático formal de la simbologías, notaciones matemáticas, formulas, principios o axiomas de estructuras matemáticas .

Las representaciones gráficas y simbólicas de un fenómeno natural o artificial mediante modelos matemáticos, es resultado de la capacidad del profesor de transformar el conocimiento sobre un contenido temático implica expresar en un lenguaje matemático apropiado propio y sabe cómo enseñar, pedagógicamente y adaptables para que puedan asimilar, comprender los estudiantes.

### **2.3.3.3 Capacidad de aprendizaje de resolución de problemas**

Polya (2007). Plantea “como plantear y resolver problemas matemáticos” que lleva al estudiante adoptar métodos y técnicas de resolver un problema de EDOs; el cual pone a prueba aplicar sus habilidades matemáticas, reconociendo las condiciones iniciales y las incógnitas del problemas, leer más de uno, para organizar y concebir un plan de ejecución mediante una secuencia de algoritmos justificados, al contexto real y ayuda a resolver

por medio de estímulos, despertándoles iniciativa, pensamiento crítico, proporcionándoles ciertos recursos didácticos y razonamiento provisional plausible que facilite el descubrimiento de la solución. Este método conduce al estudiante a ser guía o tomar decisiones para llevar la búsqueda en planificación de solución del problema a través de su estructura cognitiva y desarrollo de sus capacidades y habilidades matemáticas. El aprendizaje de matemáticas avanzadas basado en resolución de problemas con inclusión de estrategias didácticas método de Polya, con la finalidad de facilitar, reducir la complejidad del problema, y se consideran 04 fases para la solución de problemas, estos son: Comprender el problema, Concebir el plan, Ejecutar el plan y Evaluación.

Roque (2009). Considera dos grupos de estudiantes uno enseñanza de la matemática basada en resolución de problemas y otro grupo método clásico, es más, menciona que el término resolución de problemas implica realizar algoritmos o pasos concretos de operaciones algebraicas, analíticas, cualitativas de sistema ecuaciones diferenciales ordinarias. Un problema abstracto o concreto de la matemáticas superior es, conocer las condiciones iniciales, las variables incógnitas que involucran el problema matemático objeto de estudio, muchas veces encontrar la solución algebraica o numérica de un problema implica realizar una serie de operación matemáticas, con aplicación de estrategias didácticas y dominio de conceptos, propiedades o algunos resultados que conduzcan a la posibilidad de solución y al éxito académico en el aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Polya (2007). Para resolución de problemas matemáticos, plantea cuatro pasos los cuales se describen a continuación:

- a) Comprender el problema. Identificar las condiciones iniciales y los variables incógnitos, leer bien varias veces, replantear el problema con sus propias palabras, tener los saberes previos, definiciones, propiedades, proposiciones, fórmulas.
- b) Elaborar un plan. Establecer las estrategias lógicas, secuencial, técnicas, métodos posibles para resolver el problema.
- c) Ejecutar el plan. Elaborar algoritmo secuencial, uso de las herramientas del software matemático, obtener la solución analítica, numérica o cualitativa.
- d) Comprobación. revisar el algoritmo seguido lógico y necesario, examinar otros caminos de solución.

‘El interés en el proceso del descubrimiento y los resultados matemáticos llegaron en él, despertar el interés en su obra más importante la resolución de problemas. Se enfatizaba en el

proceso de descubrimiento más que desarrollar ejercicios sistematizados” y presenta las fortalezas para profesores de ciencias (Polya, 2007).

- a. Interés en la materia.
- b. Conocimiento de la materia.
- c. Observar las expectativas y dificultades de los estudiantes en materia.
- d. Descubrir e investigar los cuatro pasos de Polya.
- e. Promover actitudes adecuadas y el hábito, métodos y técnicas par solución de un problema.
- f. Aprender a conjeturar. aprender a comprobar problemas .
- g. Advertir el problema abstracto o concreto sean útiles en la solución de problemas futuros.
- h. No mostrar todo el secreto a la primera: dejar que los estudiantes hagan.
- i. Sugerir; la resolución de problemas sin comprender el problema o a la fuerza.

## 2.4 DEFINICIÓN DE TÉRMINOS

*Aprendizaje:* cambio en la capacidad humana de interacción con su medio, reflexivo, activo, duradero en el tiempo y espacio, el hombre aprende desde que nace hasta que muere. “Es un proceso de construcción de representaciones personales significativas y con sentido de un objeto o situación de una realidad. Es un proceso interno que se desarrolla cuando el alumno está en interacción con su medio socio – cultural y natural”.

*Docente:* es orientar, que enseña con la superioridad de sus conocimientos a los educandos.

*Rendimiento académico:* “Es un resultado del aprendizaje, suscitado por la actividad educativa del profesor producido en el alumno, así como por la actividad autodidacta del estudiante. Los indicadores adecuados del rendimiento académico son los promedios de calificación obtenida por el educando, respecto a las asignaturas propias de su formación profesional”

*Enseñanza:* “Es el modo de desarrollar una actividad con la que se trasmite un saber, procedimientos, experiencias, habilidades, etc., cuyo propósito es tener como resultado que otro u otros aprendan lo que se ha comunicado”

*Capacidad:* Se define como “La posibilidad o disposición de condiciones para lograr un éxito en la ejecución de una tarea o producto en el ejercicio de una actividad académica o profesión”.

*Software:* “conjunto de programas que contiene un computador o soporte lógico de un sistema informático (programa), que comprende el conjunto de los componentes lógicos necesarios que hacen posible la realización de tareas específicas”.

*Interfaz:* “ En informática, esta noción se utiliza para nombrar a la conexión física y funcional entre dos sistemas o dispositivos de cualquier tipo dando una comunicación entre distintos niveles”.

*Ecuaciones diferenciales ordinarias:* una ecuación diferencial ordinaria es una función implícita ( $y=y(x)$ ) definida matemáticamente  $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ , esto es, “aquella que involucra derivadas de una función desconocida de una o más variables, si la función desconocida depende solo de una variable la ecuación se llama ecuación diferencial ordinaria y si la función desconocida depende de más de una variable la ecuación se llama ecuación diferencial parcial. La ecuación diferencial ordinaria es lineal si las funciones componentes reales es lineal respecto a  $y(x), y'(x), \dots, y^n(x)$ . caso contrario es no lineal”.

Definición.- Un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) de primer orden es una expresión de tipo:  $F_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x'_{\{1\}} = F_{\{1\}}(t, X_{\{1\}}(t), X_{\{2\}}(t), \dots, X_{\{n\}}(t))$$

$$x'_{\{2\}} = F_{\{2\}}(t, X_{\{1\}}(t), X_{\{2\}}(t), \dots, X_{\{n\}}(t))$$

$$x'_{\{n\}} = F_{\{n\}}(t, X_{\{1\}}(t), X_{\{2\}}(t), \dots, X_{\{n\}}(t))$$

la variable independiente tiempo  $t$  y las variables de estado  $X_{\{i\}}(t)$  son funciones reales de variable vectorial que dependen de  $t$ , para todo  $i=1,2,\dots,n$  definidas en el conjunto abierto  $\Omega \subset \mathbb{R}^{n+1}$ . Llamada sistema de EDOs y si las funciones componentes no dependen explícitamente del tiempo  $t$  se denomina sistema autónomo de EDOs. Pero, el sistema dinámico cuyas funciones componentes dependen del tiempo explícitamente se denomina sistema dinámico no autónomo.

Definición: Un subconjunto  $F \subseteq \mathbb{R}^n$ , se dice que es cerrado, si todo punto de adherencia a  $F$  es del conjunto. Equivale a decir que para cada sucesión de puntos de  $F$  que tenga límite en el conjunto  $F$ .

Definición: Un conjunto  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ , se dice que es abierto, si todo punto de  $\Omega$  es interior de  $\Omega$ , esto es,  $\Omega = \Omega^\circ$ .

Definición: Dos espacios topológicos  $(X, \tau)$  y  $(Y, \tau')$  se llama homeomorfismo entre dos espacios topológicos a una aplicación directiva  $f : X \longrightarrow Y$  tal que  $f$  es continua sobre  $X$ , tanto su inversa es continua sobre  $Y$ .

Definición: Software matemático es la suma total de programas, herramientas, procedimientos que ayuda al proceso de enseñanza y aprendizaje de un área.

Definición: Sea  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$  conjunto abierto y existen las derivadas parciales de las funciones componentes del campo vectorial  $f_i$  para todo  $i = 1, 2, \dots, n$ . Se define el Jacobiano del campo vectorial  $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)$  como la determinante del campo vectorial F definida:

$$J_F(x_0) = DF(x_0) = \frac{\partial(f_1, f_2, \dots, f_n)}{\partial(x_1, x_2, \dots, x_n)}(x_0), \text{ (Alvarez, Osses, \& Sanchez, 2005)}$$



## **CAPITULO III**

### **3. HIPÓTESIS Y VARIABLES DE INVESTIGACIÓN**

#### **3.1 HIPÓTESIS GENERAL Y ESPECÍFICAS**

##### **3.1.1 Hipótesis General**

Existe influencia del software matlab en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial de Puerto Maldonado, 2017-I.

##### **3.1.2 Hipótesis Específicas**

1. Existe influencia del software matlab en la capacidad de aprendizaje de razonamiento y demostración de sistema en ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial ciudad de Puerto Maldonado, 2017-I.
2. Existe influencia del software matlab en la capacidad de aprendizaje de comunicación matemática en sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.
3. Existe influencia del software matlab en la capacidad de aprendizaje resolución de problemas matemáticos en sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I

#### **3.2 IDENTIFICACIÓN y OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES**

##### **3.2.1 Variable independiente**

- Enseñanza de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, mediante la aplicación del software matlab incorporación de la TICs, en el proceso educativo.
- Enseñanza de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, mediante clases magistrales y reforzamiento con resolución de ejercicios y problemas.

La enseñanza de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con las estrategias didácticas consideradas significa situarse ante contenidos bien definidos con la matemática avanzada, fundamentan en diagnosticar la naturaleza y el grado de incidencia del rendimiento en los estudiantes universitarios de carrera profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Alas Peruanas de la ciudad de Puerto Maldonado del distrito de Tambopata-2017, bajo el suministro de las herramientas didácticas del software matlab, lenguaje de programación para cálculos matemáticos elementales o superior de elemento matricial constituye estrategia didácticas computacional que capacitan a los estudiantes y profesor de aula para una fácil, rápida asimilación, comprensión, resolución de problemas, consolidación de la teoría con la práctica de laboratorio computacional con equipos existentes de la universidad, es más se entrega a los docentes módulos instructivos de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no homogéneas y homogéneas con coeficientes de funciones reales y con coeficientes constantes, y así mismo las guías de laboratorio de software matlab. Finalmente los instrumentos de evaluación de sistema ecuaciones diferenciales ordinarias según los componentes del proceso de aprendizaje con la calificación vigesimal de cero a veinte puntos.

### 3.2.2 Variable dependiente

➤ Rendimiento académico de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias

El rendimiento académico, resulta el logro del éxito académico alcanzada por estudiantes involucrados en sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias a través de una evaluación de pre test y post test, entendido como el conjunto actividades intelectual de ítems que reflejan y describen ideas matemáticas formales concretos o abstractos asociados al campo vectorial plano y del avance silábico asumida por profesor de aula, considerando las capacidades de aprendizaje y obtener información necesaria del aprendizaje eficiente o deficiente de ecuaciones diferenciales ordinarias; en ello intervienen los factores endógenas y exógenas como la metodología usada por el docente, el ambiente de clase, el programa curricular de estudio, el entorno social con quienes conviven y procedencia. El sistema de calificación es escala vigesimal de cero (0) puntos a veinte (20) puntos, con inclusión de las estrategias didácticas herramientas del software matlab para aprender sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. Según Reyes, (1988), las calificaciones obtenidas por estudiantes en sistema vigesimal, es decir de 0 puntos a 20 puntos (Miljanovich, 2000) con una valoración que se traduce en una categorización del logro de aprendizaje eficiente o logro de aprendizaje deficiente.

Tabla 2 Operacionalización de variables e indicadores objeto de estudio

Variable independiente	Dimensiones	Indicadores	Instrumentos
Software Matlab	Cálculos matemáticos y algoritmos	Operadores matemáticos, relación de orden, algebraicos	Software e instalador tutoriales
	Análisis de datos y visualización de resultados algebraicos y numéricos	comandos algebraicos y gráficos	Software e instalador tutoriales
	Gráficas científicas y de Ingeniería	Numéricas y funciones algebraicas	Software e instalador tutoriales
	Sintaxis, Script, comandos para ecuaciones diferenciales ordinarias	Sintaxis y script para cálculos algebraicos y numéricos de EDOs	Software e instalador tutoriales

Fuente: Elaboración Propia-2017

Tabla 3 Componentes de capacidades de aprendizaje sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

Variable dependiente	Dimensiones	Indicadores	Instrumentos	
Aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden	Razonamiento y demostración	Identifica tipos de EDOs de primer orden y PVI.	Elaboración y aplicación de módulos de aprendizaje en sistema de ecuaciones diferenciales con software matlab. Pruebas de pre test y prueba de post test.	
		Utiliza resultados de teorema de unicidad y existencia de soluciones		
		Diferencia sistema EDOs lineal y no lineal		
		Realiza operaciones algebraicas de polinomio característico		
		Determina los autovalores de la matriz asociada a EDOs.		
		Halla la solución analítica		
	Comunicación matemática	Interpreta gráficos para inferir curvas solución		Elaboración y aplicación de módulos de aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales con software matlab. Pruebas de pre test y prueba de post test
		Discrimina las condiciones del discriminante		
		Grafica diagramas de fase y curvas solución.		
		Reconoce gráficos de diferentes funciones algebraicas		
	Resolución de Problemas	Reconoce e interpreta los símbolos matemáticos		Elaboración y aplicación de módulos de aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales con software matlab. Pruebas de pre test y prueba de post test
		Plantea el problema con su propio lenguaje.		
Planifica plan de trabajo.				
Infiere características a partir de problemas simbólicos y verbales.				
Ejecuta el plan de trabajo.				
Verifica la solución analítica, con las sintaxis y script de software matlab y las gráficas.				

Fuente: Elaboración Propia-2017.

### 3.2.3 Tipo y nivel de la investigación

#### 3.2.3.1 Tipo de la Investigación

(Hernandez, Fernandez , & Batista, 2014). El presente trabajo de investigación, atendiendo a la fundamentación teórica, didáctica, pedagógica y la estructura de las variables objeto de estudio es de tipo transversal, puesto se trata un estudio en una sola muestra y la recolección de las variables numéricas son en dos tiempos de las calificaciones de pre test y post test, nivel y tipo de investigación explicativa -aplicada y cuasi experimental, debido uso de dos métodos didácticos de enseñanza: Magistral, inclusión del software matlab, en base a estos resultados o evidencias responderemos a las hipótesis planteadas en el proceso educativo, esto implica solución de un problema didáctico concreto y se orienta de la hipótesis causal en un determinado fragmento de la realidad de espacio y tiempo temporal. El pleno del proceso de aprendizaje teniendo las capacidades del área de matemáticas avanzadas: razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas, además los conocimientos cognitivas de ecuaciones diferenciales ordinarias, permite en la asimilación, comprensión y evocación de los mismos en circunstancias de la vida académica y el trabajo de los contenidos temáticos, es más demostrar la diferencia significativa de los promedios de las calificaciones entrada y salida con uso de los métodos considerados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de los estudiantes de carrera profesional de Ingeniería Civil de Universidad Alas Peruanas de la ciudad de Puerto Maldonado del distrito de Tambopata- 2017.

#### 3.2.3.2 Nivel de Investigación

(Hernandez, Fernandez , & Batista, 2014). Expresan de acuerdo con la naturaleza de la investigación corresponde al nivel explicativa, tipo de estudio transversal y aplicada, porque busca evidenciar conocimientos asimilados, comprendidos y exteriorizadas en el examen de entrada y salida; por los métodos magistral e inclusión del software matlab en la enseñanza de EDOs y es más, conduce a la solución de un problema didáctico clásico y se orienta a la contrastación de las hipótesis consideradas mediante la prueba de T- Studen para muestras relacionadas, procesada la información los datos recolectados en programa SPSS, y hoja de cálculo EXCEL, siendo una actividad intelectual destinada a obtener nuevos conocimientos. A continuación señalamos la tipificación de la investigación:

- Por el tipo de conocimiento: científico
- Por la naturaleza del objeto de estudio: formal
- . Por ambiente la institución educativa: campo de estudio

- Por la fuente de obtención de datos estadísticos: primaria
- Por la profundidad en el tratamiento del grupo experimental: aplicación de método experimental versus método magistral.

### 3.3 DISEÑO Y MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN

#### 3.3.1 Diseño de la Investigación

(Hernandez, Fernandez , & Batista, 2014), explica sobre diseño de investigación, como el plan global de realizar la propia investigación y nos garantiza a organizar, planificar y desarrollar de manera clara, objetiva, coherente el aprendizaje con inclusión del software matlab denominado método alternativo y el método magistral el docente utiliza estrategias didácticas propias y materiales elaborados propios para alcanzar los propósitos establecidos y obtener resultados óptimos y coherentes, con la base datos numéricas objeto de estudio, tipo aplicada y nivel de investigación que corresponde al diseño tipo de estudio transversal porque se recolecta dos variables numéricas en una sola muestra y dos tiempos temporales distintos, es más explicativa- cuasi experimental, estos nos permiten determinar el grado de influencia significativa con la aplicación de los métodos considerados y repercute en rendimiento de estudiantes de Ingeniería Civil de la UAP de la ciudad de Puerto Maldonado del distrito de Tambopata – 2017.

(Hernandez, Fernandez , & Batista, 2014), se elabora instrumentos de evaluación de pre test y post test con control o tratamiento de la enseñanza y aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias mediante los métodos de magistral, experimental es más debemos aclarar la designación del grupo control y un grupo cuasi experimental se realizará en forma aleatoria, debido del tipo de investigación es experimental y presentamos el diagrama del diseño de investigación mediante la prueba estadística de t- student para muestras emparejadas y siendo el esquema de diseño de investigación:

*Tabla 4 Esquema del diseño de investigación.*

Grupos		Diseño de la Investigación: Cuasi experimental-aplicada			SALIDA
		Pre Test	Tratamiento	Pos Test	
ENTRADA	Sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias	$X_1$	$X$	$Y_1$	
	Sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias	$X_2$	$Y$	$Y_2$	

*Fuente: Elaboración propia 2017.*

Donde:

$X$ : Tratamiento didáctico en la enseñanza de sistema de EDOs con inclusión del software matlab.

$Y$ : Tratamiento didáctico en la enseñanza de sistema de EDOs método magistral.

$X_1, X_2$ : Rendimiento Académico de sistema de EDOs de las calificaciones de entrada (pretest) del método experimental y calificaciones del método magistral respectivamente.

$Y_1, Y_2$ : Rendimiento Académico de sistema de EDOs de las calificaciones de salida (postest) del método experimental y calificaciones del método magistral respectivamente. Además como el estudio es, de tipo longitudinal puesto las medidas de las variables de calificaciones de las alumnas se obtienen en dos tiempos temporales a una sola muestra uno calificaciones de entrada y luego con el tratamiento didáctico de los métodos considerados se obtienen calificaciones de salida, resultando muestras relacionada para cada método y son independientes por ser elegidas al azar los grupos de estudio.

### 3.3.2 Método de la Investigación

(Hernandez, Fernandez, & Batista, 2014), explican que en base al tipo, nivel de investigación y los fundamentos del marco teórico se utiliza el enfoque cuantitativo, es decir: método de observación, inductivo-deductivo, descriptivo, experimental y comparativo, y las fases fundamentales y estas son:

- Se llevan a cabo la capacitación de estudiantes y profesor de aula
- Se elabora la ficha de observación y ficha de evaluación de calificaciones
- Se elaboran módulos instructivos y guías didácticos para aplicación
- Tiene objetivos planeados en la investigación.
- Es planeada de manera sistemática, asimilan y demuestran el grado de incidencia.
- Ejecutado guía de laboratorio de software matlab que consolida la teoría y permite observar los resultados posibles de las variables físicas (R.A).
- Ser controlada sistemática las variables objeto de estudio y estos se fundamentan en el marco teórico.
- Instalación del software maltab en laboratorio computacional de la universidad

## 3.4 MATERIALES DIDACTICOS Y MEDIOS DIDACTICOS

### 3.4.1 Materiales didácticos: área de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

*Materiales Bibliográficos:* Libros de consulta, guías de laboratorio, separatas, medios virtuales.

*Procesamiento:* Representación gráfica de funciones algebraicas de la solución analítica, resolución de ejercicios y problemas asociados a la vida, simulación de fenómenos físicos mediante software matlab, ejecución de laboratorio computacional en la institución y toma de datos de las variables en estudio, por el uso de las estrategias didácticas de método clásico y método experimental.

*Elaboración de módulos:* módulos de instrucción para docente y según, según el contenido de silabo de Ecuaciones diferenciales Ordinarias.

*Diseño e instalación de equipos de laboratorio:* Según la guía de laboratorio y avance silábico del docente responsable de las áreas en estudio.

*Materiales de escritorio:* Papel bond, impresora, equipos de cómputo.

*Capacitación y reforzamiento:* A docentes y estudiantes mediante las estrategias didácticas consideradas, además se debe sumar los métodos lógicos y didácticos para la orientación y ejecución de los talleres de enseñanza y aprendizaje de contenidos curriculares en el área de sistema de ecuaciones diferenciales.

#### **3.4.2 Medios didácticos: área de ecuaciones diferenciales ordinarias**

- Pizarra, medios virtuales, plumones a colores, aulas para el grupo control y experimental, centro de cómputo.
- Docentes para método magistral, método experimental.
- Modelo didáctico alternativo y modelo tradicional.
- Equipos de laboratorio computacional y módulos de enseñanza para sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

#### **3.5 UNIVERSO, POBLACION Y MUESTRA**

El universo, lo constituyen docentes, estudiantes y personal administrativo de la Universidad Alas Peruanas de la ciudad de Puerto Maldonado. La población que participa en la presente investigación es de tipo finita, constituyen estudiantes matriculados en el centro de cómputo semestre académico 2017-I de UAP en la ciudad de Puerto Maldonado del distrito de Tambopata 2017 y estos son 530 estudiantes. Mientras la muestra de investigación constituyen estudiantes de carrera profesional de Ingeniería Civil semestre académico 2017-I, en un número de 64, siendo el método magistral 32 estudiantes para el método experimental 32 estudiantes de la Universidad Alas Peruanas Filial de la ciudad de Puerto Maldonado del distrito de Tambopata - 2017.

## 3.6 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

### 3.6.1 Técnicas de recolección de datos

Capacitación de docentes: esta técnica permite capacitar a docentes que regentan la asignatura en las áreas sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias dando la importancia y rigor de las estrategias del método experimental (ejecución de laboratorios software matlab). Mientras para el método magistral con materiales didácticos que el docente toma en consideración, materiales, guías, separatas elaboradas propias.

Registro de evaluación: esta técnica permitió obtener las calificaciones de pre test y post test variables numéricas de estudiantes en contenidos temáticos del grupo control y experimental respetando el avance silábico de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias y luego los promedios de las calificaciones con los métodos considerados para sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias del semestre académico 2017-I.

#### 3.6.1.1 Instrumentos para recolección de datos

Elaboración de instrumentos de evaluación: Para sistema de ecuaciones diferenciales que consta de preguntas resultado de trabajo intelectual con las estrategias del método clásico e inclusión de software matlab con uso de los equipos de cómputo.

Aplicación de instrumentos de evaluación de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias a los estudiantes participantes, datos personales, tales como código de matrícula, apellidos nombres, sección que pertenece, sus respectivas calificaciones de pre tests y post tests, tomando en cuenta el sistema vigesimal de Miljanovich (2000) y escala de aprendizaje Reyes Murillo E(1988).

### 3.6.2 Análisis e interpretación de información

(Hernandez, Fernandez, & Batista, 2014), procesado la información de datos numéricos recolectados, mediante uso del programa SPSS y la hoja de cálculo EXCEL, para el tipo de estudio transversal, es decir calificaciones pretest y posttest de naturaleza cuantitativa. Por otro lado el método de estudio es observacional, descriptivo y comparativo, además para la comprobación de hipótesis nula  $H_0$ , en contraposición de la hipótesis alterna  $H_a$ , según lo establecido del nivel, tipo y diseño de investigación se utilizó la prueba estadística de T- student para muestras emparejadas y toma de decisión la condición de P- valor, con nivel de significación del 5%, y cometer un error de tipo I y II esto es:

El primero, “se produce al rechazar la hipótesis nula cuando en realidad es cierta”. El segundo “se produce al no rechazar la hipótesis nula cuando esta no es cierta. Además



Llamaremos " $\alpha$ " a la probabilidad de cometer un error de tipo I, llamado nivel de significación de contraste estadístico", (Hernandez, Fernandez , & Batista, 2014).

### 3.6.2.1 Prueba Estadística

Una vez recolectado los datos variables numéricas de aplicación pretest y posttest por las técnicas y métodos establecidos, y del procesamiento de datos en programa de SPSS, para contrastar las hipótesis consideradas en la prueba estadística de T- student para muestras emparejadas y ANOVA para la comprobación de hipótesis nula  $H_0$ , con respecto a la hipótesis alterna  $H_a$ , con un 95% de nivel de confianza y  $(n-1)$  grados de libertad para establecer y explicar, la influencia significativa del software matlab en aprendizaje de EDOs y establecer diferencia de medias de las calificaciones de prueba de entrada y salida de estudiantes de Ingeniería Civil de UAP Filial Puerto Maldonado en la asignatura de ecuaciones diferenciales y su repercusión en aprendizaje con inclusión del software matlab, (Hernandez, Fernandez , & Batista, 2014).

### 3.6.2.2 Criterio de Decisión, basada en la prueba estadística de $T_C$

$H_a$ : Hay diferencias significativas en los promedios de calificaciones pre test y post test obtenidas por estudiantes, como resultado del tratamiento de inclusión del software matlab en las capacidades de aprendizaje y sus capacidades de sistema de EDOs de primer orden.

$H_0$ : No, hay diferencias significativas en los promedios de las calificaciones pre test y post test obtenidas por estudiantes como resultado del tratamiento de inclusión del software matlab en las capacidades de aprendizaje de sistema de EDOs de primer orden.

Toma de decisión de influencia significativa o no, de las variables objeto de estudio, para aceptar o rechazar la hipótesis  $H_a$  respecto a  $H_0$ .

Se acepta  $H_0$ , y se rechaza  $H_a$ , si cumple, esto es, si  $P\text{-valor} > 0,05$

Se rechaza  $H_0$ , y se acepta  $H_a$ , si cumple, esto es, si  $P\text{-valor} < 0,05$

Donde " $T_t$ " representa el valor proporcionado por las tablas, o valor teórico con  $l$  grados de libertad con nivel el nivel de significación estadística elegido,  $\alpha = 5\%$ , (Hernandez, Fernandez , & Batista, 2014)

## CAPÍTULO IV

### 4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

#### 4.1. INTRODUCCIÓN

Con propósito de evidenciar influencia significativa del software matlab en aprendizaje de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en estudiantes del semestre académico 2017-I de carrera profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Alas Peruanas Filial de Puerto Maldonado, así mismo evidenciar influencia del software en la capacidad de razonamiento y demostración, capacidad de comunicación matemática y capacidad de resolución de problemas de EDOs asociados al contexto real de modelos matemáticos de fenómenos físicos y modelo matemático de presas y depredadores permiten lograr un aprendizaje eficiente o deficiente con aplicación de las herramientas del software y elaboración de guías de laboratorio para el experimental, mientras el grupo control a través de clases magistrales en aprendizaje de EDOS de primer orden lineales o no lineales sobre una muestra de 64 estudiantes, de 32 estudiantes del grupo experimental y 32 estudiantes del grupo control, el trabajo de investigación de tipo aplicada, cuasi experimental y nivel explicativa, la comprobación de hipótesis general y las específicas consideradas mediante la prueba estadística de t de student para muestras relacionadas y toma de decisión P-valor con nivel de significación de  $\alpha = 0,05$  y nivel de confianza 95%.

#### 4.2. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DESCRIPTIVO

Análisis e interpretación de estadística descriptiva para datos cuantitativos de la investigación, se determinan algunas variables estadísticas:

- Distribución de Frecuencias
- Medidas de tendencia central: Media, mediana, moda.
- Medidas de dispersión: varianza, desviación estándar.
- Gráficos

Distribución de Frecuencias (n)

“La distribución de frecuencias, permite observar cuál de las dimensiones de aprendizaje se repite más, en la muestra considerada. Para su mejor análisis, las cantidades absolutas (n), fueron llevadas a un nivel relativo (%), lo cual permite comparar la variable o componente en distintos ambientes del grupo control y experimental. Se sistematiza en un cuadro denominado tabla de frecuencias” (Córdova, 2003).

“En las tablas de frecuencias se contó el número de unidades de la muestra que contiene cada opción de las variables. Se trata de calcular cuántos estudiantes corresponden a una determinada capacidad de aprendizaje el indicador, dimensión o variable tratada. Para ello se trabajó en términos relativos (porcentaje), lo cual proporciona una idea global de la magnitud e importancia de la característica analizada, en función de la cantidad relativa de individuos que la muestra posee”, (Córdova, 2003).

Media Aritmética ( $\bar{x}$ ). “Es una medida de tendencia central y a la vez es una medida descriptiva. Es la suma de todos los valores de una muestra dividida por el número de casos, que nos informara acerca de la magnitud promedio de cada una de las variables o componente de ella. Es el representante de un conjunto de datos”, (Córdova, 2003).

Desviación estándar (S)

“Es una medida de dispersión. Se define como la raíz cuadrada de la media aritmética de la diferencia de las desviaciones elevadas al cuadrado de cada uno de los puntajes respecto de la media aritmética. Es la raíz cuadrada de la varianza. Es otra medida descriptiva, que nos informa acerca de la variabilidad promedio de los datos respecto de su media. Representa la estabilidad de un conjunto de datos. Para una mejor visualización, comprensión e interpretación de estos indicadores estadísticos, se precedió a su gráfica respectiva, además para la interpretación descriptiva del nivel frecuencia de las dimensiones, indicadores, y variables se usaron las siguientes tablas de valorización porcentual”, (Córdova, 2003).

#### INTERPRETACIÓN DE FRECUENCIAS      INTERPRETACIÓN DE PUNTAJES

%	NIVEL
81 – 100	Muy alto
61 – 80	Alto
41 – 60	Regular
21 – 40	Bajo
0 – 20	Muy bajo

NOTA	NIVEL
17.5 – 20,0	Logro Destacado
12.5 – 17,4	Logro Previsto
10.5 – 12,4	En Progreso
0.0 – 10,4	En inicio

#### 4.2.1. Análisis descriptivo de puntajes de la aplicación del pre test

Resultados de evaluación de aplicación pre test del proceso de Aprendizaje de sistema de EDOs de primer orden (por dimensiones) en estudiantes de la escuela profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

Tabla 5 Calificaciones de aplicación de pre tests de aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden estudiantes de Ingeniería Civil 2017-I

Dimensiones	N	Correc tas	Incorre ctas	Media de preguntas	Desviación estándar	Nota Vigesimal	Interpreta ción
Razonamiento y demostración	32	24,44	7,56	6,87375	1,49	15,28	Logro Previsto
Comunicación matemática	32	14,56	17,44	4,095	1,59	9,10	En inicio
Resolución de Problemas	32	1	31	0,28125	0,79	0,63	En inicio
<b>Total</b>	32	13	18,66	11,25	3,87	8,34	En inicio

Fuente: Datos alcanzados en el estudio

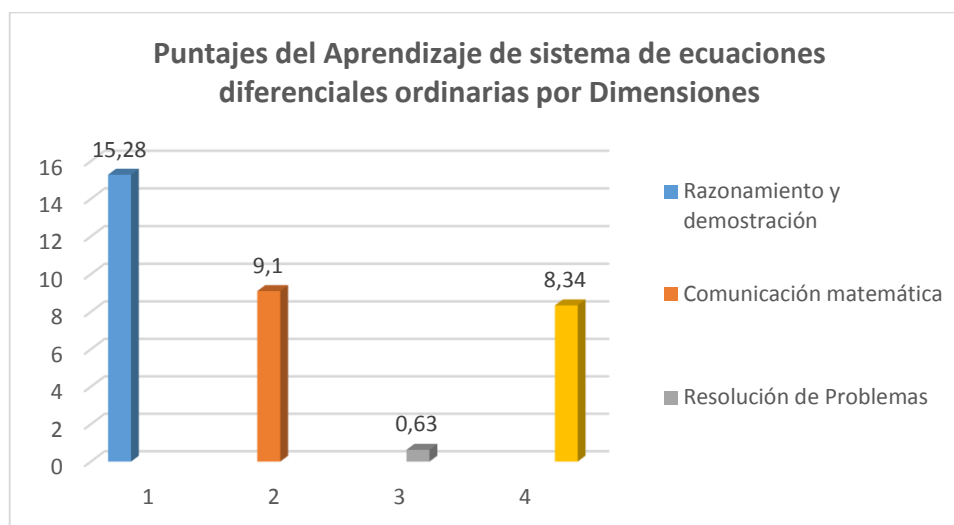


Figura 10 Puntajes del Aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden por Dimensión. Fuente: Aplicación pre test estudiantes de Ingeniería Civil 2017-I.

Los resultados de la tabla 5 y figura 10 , aplicada a la muestra de 32 estudiantes involucrados obtienen como promedio 11,25 de un máximo posible de 27 ítems. Con este puntaje desapueba el examen general de aprendizaje de sistema de EDOs de primer orden lineal con una calificación promedio en sistema vigesimal nota de 8,34 puntos en sistema vigesimal. Sólo una de las componentes de Aprendizaje (Razonamiento y demostración) es aprobada con un promedio de 15,28 puntos, esto implica, los

estudiantes de Ingeniería Civil, planifican y organizan estrategias didácticas para realizar demostraciones y razonamiento, utilizando reglas matemáticas, resultados de teoremas, proposiciones, lemas para demostrar el teorema de existencia y unicidad de solución de sistema de EDOs y se hallan en el nivel logro previsto. Los estudiantes que se encuentran en proceso de inicio de logro en la dimensión de Comunicación matemática con un promedio de 9,10 puntos y en inicio de logro en la dimensión de resolución de problemas logran un promedio de 0,63 puntos en sistema vigesimal, esto implica, los estudiantes no entienden el problema objeto de estudio, ni menos pueden planificar un plan de ejecución del problema, es probable, estos estudiantes trabajan medio tiempo o simplemente asisten a la sesión de clase, pero no toman apuntes de sesión de clase, solo en la dimensión de razonamiento y demostración se hallan en el nivel bueno de aprendizaje, mientras en otras dimensiones se hallan en nivel deficiente de aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Estos resultados permiten afirmar que existe cierta incompatibilidad relativa de estudiantes en la dimensión de comunicación matemática, no pueden matematizar ni comprender una idea matemática abstracta o concreta, es más, no están en la capacidad de interpretar, transmitir problemas matemáticos asociados a sistema EDOs, en lenguaje formal de la matemática avanzada puesto que no identifica con facilidad los símbolos matemáticos, ni realiza operaciones algebraicas, es decir, no puede entender el problema, ni ejecutar el plan diseñado, lo que razonan adecuadamente y demuestran actitud negativa al estudio. La dispersión de calificaciones permite explicar una conducta aleatoria de los estudiantes de la selección y leer las preguntas hasta comprenderla, si tiene condiciones iniciales y las incógnitas, pues no existe un patrón homogéneo las etapas de resolución de los problemas matemáticos.

La media de la dimensión razonamiento y demostración resulta mayor a la dimensión de comunicación matemática, cuando debería ser igual o menor esto implica, los estudiantes no están en la capacidad de comunicarse con un lenguaje matemático formal, puesto que no están familiarizados con la símbolos matemáticos, ni notaciones matemáticas, no razonan, ni analizan para comunicarse en el lenguaje matemática de manera efectiva o rigor matemático. Más aún, se observa, dificultades en comunicación matemática (mayor desviación estándar) y sin embargo, tiene mayor puntuación vigesimal. Se puede concluir, la asimilación, comprensión de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, es deficiente puesto que a la hora de desenvolverse en el mundo de las matemáticas, formular y emitir juicios con fundamento rigor de la matemática como elemento necesario para la

vida académica y el trabajo . En conclusión, la muestra de estudiante, desaprueban con un promedio de 8,34 puntos del examen de pre test en el aprendizaje de sistema de EDOS de primer orden.

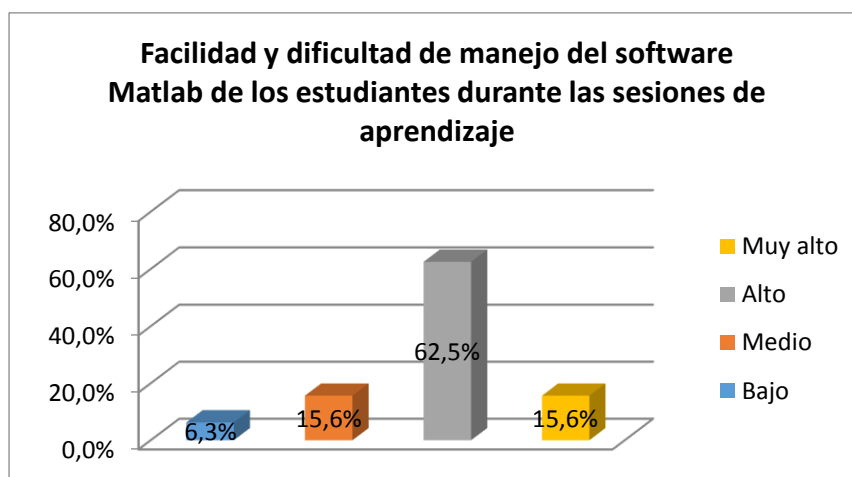
#### 4.2.2. Manejo del software matlab

El grupo experimental está familiarizado con herramientas del software matlab y realiza operaciones algebraicas y realizar representación de gráficos y diagrama de fase del sistema de EDOs lineales y no lineales de primer orden.

*Tabla 6 Facilidad y dificultad de manejo software matlab de estudiantes de la escuela profesional de ingeniería de civil de la Universidad Alas Peruanas-Filial Puerto Maldonado, 2017-I.*

Categoría	fa	%
Bajo	2	6,3%
Medio	5	15,6%
Alto	20	62,5%
Muy alto	5	15,6%
Total	32	100%

*Fuente: Datos alcanzados en el estudio*



*Figura 11 Facilidad y dificultad de manejo del software Matlab de los estudiantes durante las sesiones de aprendizajes. Fuente: Ficha de observación 2017-I.*

Del diagrama de barras y resultados obtenidos de la ficha de observación, se consigna en la tabla 6 y figura 11, que el 15.6% de estudiantes tienen facilidad de manejo del software matlab y se hallan en nivel muy alto en las herramientas del software matlab, un 62.5% de estudiantes tienen facilidad de manejo del software matlab y se hallan en nivel alto, seguida del 15.6% tienen un manejo medio, esto implica, los estudiantes están familiarizados con los comandos, script y el menú y barra de herramientas del software y el tutorial, pero,

un 6.3% de estudiantes tienen dificultades en manejo de las herramientas del software matlab, esto implica, son estudiantes que no cuentan con equipos de cómputo o si tienen no toman interés de aprender y familiarizarse con las herramientas del software matlab, para resolver problemas de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. La justificación de que un mayor porcentaje de estudiantes tiene un buen dominio de las herramientas del software matlab se debe a que la gran mayoría de software matemático está diseñado en un entorno intuitivo pensando en los estudiantes que hacen uno de estos programas que se incluyen en la enseñanza y aprendizaje, no es novedad el manejo del interfaz programas similares.

#### 4.2.3. Análisis de puntajes de la aplicación del post test

Tabla 7 Calificaciones de aplicación de post tests de aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden estudiantes de Ingeniería Civil 2017-I

Dimensiones	N	Correc tas	Incorre ctas	Media de preguntas	Desviación estándar	Nota Vigesimal	Interpretación
Razonamiento y demostración	32	24,89	7,11	7,00	1,26	15,56	Logro previsto
Comunicación matemática	32	21	11	5,91	3,96	13,13	Logro previsto
Resolución de Problemas	32	21,889	10,111	6,16	2,25	13,68	Logro previsto
Total	32	22,593	9,407	19,07	7,47	14,123	Logro previsto

Fuente: aplicación post test

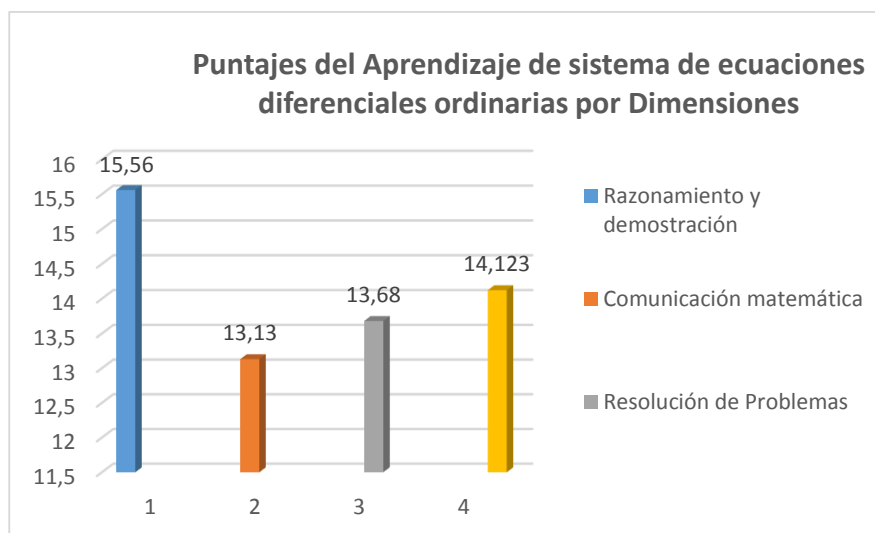


Figura 12 Puntaje de las capacidades de aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias por Dimensiones. Fuente: Aplicación post test 2017-I. Fuente: elaboración propia 2017.

Según resultados de la tabla 7 y figura 12, en general, las calificaciones obtenidas por los estudiantes involucrados, cada estudiante obtiene como promedio 21,00 preguntas de un máximo posible de 30. Con este puntaje aprueba el examen general de aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden con una nota de 14,123 puntos en sistema vigesimal. Absolutamente las dimensiones del aprendizaje: capacidad de razonamiento y demostración, capacidad de comunicación matemática y resolución de problemas matemáticos asociados a sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con la inclusión del software matlab, presentan un aprendizaje nivel regular tendiente a nivel bueno (logro previsto). La barra azul indica la dimensión capacidad de razonamiento y demostración y obtienen un promedio de calificación 15,56 puntos en sistema vigesimal, esto implica, los estudiantes razonan y demuestran teniendo los fundamentos teóricos de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. Los estudiantes se encuentran en nivel de logro previsto en las dimensiones de capacidad de razonamiento y demostración, capacidad de comunicación matemática y capacidad de resolución de problemas matemáticos, los resultados, con un promedio de 15,56 puntos, 13,13 puntos y 13,68 puntos en sistema vigesimal respectivamente y se hallan en nivel regular tendiente al nivel bueno del proceso de aprendizaje en las tres dimensiones de aprendizaje con inclusión del software matlab.

En conclusión, la muestra de 32 estudiantes de la escuela profesional de ingeniería de civil, semestre académico 2017-I, Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado aprueban con un promedio de 14,123 puntos en sistema vigesimal del grupo experimental logran un aprendizaje de nivel regular a nivel bueno de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias lineal de primer orden, las capacidades de aprendizaje demostración y razonamiento se halla en el nivel bueno, seguida de resolución de problemas con ayuda del software matlab para realizar operaciones algebraicas, numéricas y representación de gráficas y estas ser explicadas en un lenguaje de comunicación matemática con un lenguaje formal de la matemática universal.

#### **4.2.4. Comparación de puntajes de aplicación del pre test y post test**

Las calificaciones obtenidas por estudiantes después de aplicación de la prueba de entrada y salida con inclusión del software matlab están en sistema vigesimal de aprendizaje de sistema de EDOs de primer orden, en base a las dimensiones del proceso de aprendizaje con inclusión del software matlab en grupo experimental y las clases magistrales en grupo control.



Tabla 8 Comparación de puntajes de aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden aplicación de pre test y post test de estudiantes de Ingeniería Civil 2017-I.

Dimensiones	puntajes obtenido según pre test	puntajes obtenidos según pos test
Razonamiento y demostración	15,28	15,56
Comunicación matemática	9,10	13,13
Resolución de Problemas	0,63	13,68
Aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales	8,34	14,12

Fuente: Datos alcanzados en el estudio de aplicación pre test y post test

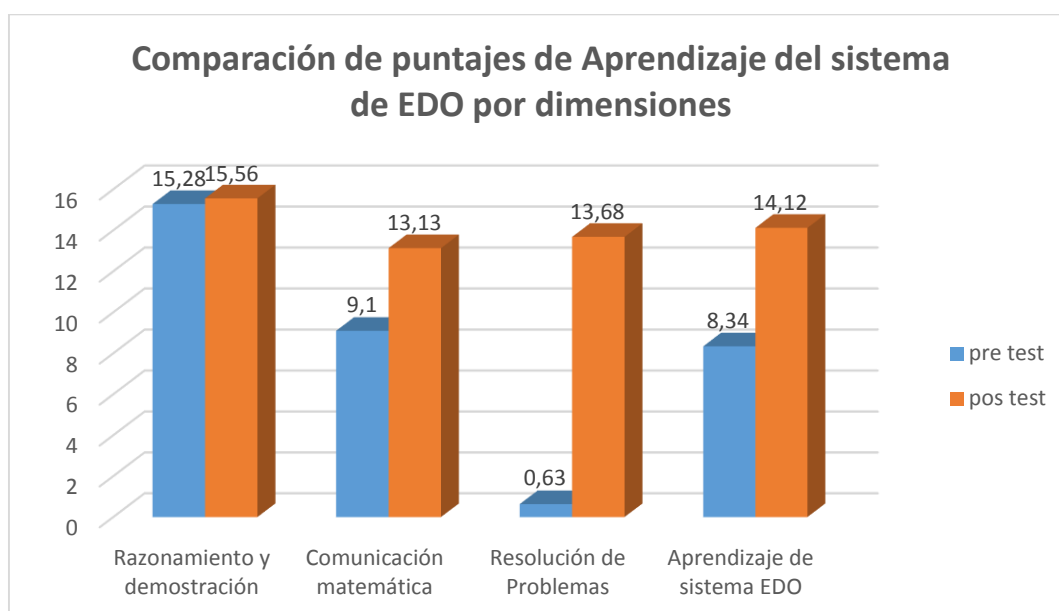


Figura 13 Comparación de puntajes de aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden aplicación de pre test y post test. Fuente: Elaboración propia-2017.

Observamos los diagrama de barras, después de analizar e interpretar los resultados de la tabla 8 y figura 13, con apoyo de los instrumentos de evaluación aplicados de la prueba de pre test y post test, podemos apreciar la dimensión de capacidad de razonamiento y demostración en los grupos de control y experimental aumento a un promedio de 15,3 puntos en sistema vigesimal a un promedio de 15,6 puntos en sistema vigesimal, la dimensión de capacidad de comunicación matemática se incrementó de 9,10 puntos a un 13,13 puntos en sistema vigesimal; esto implica, los estudiantes del grupo experimental comprenden la importancia de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias y pueden reconocer y diferenciar sistema de EDOs lineales y no lineales y hallar los puntos de equilibrio del campo vectorial bidimensional, además explicar y comunicarse en lenguaje

matemático formal, utilizando las definiciones, reglas matemáticas. La dimensión de capacidad de resolución de problemas matemáticos aumentó bastante de 0,63 puntos a un 13,68 puntos del grupo experimental, pero el grupo control obtienen un aprendizaje deficiente o están en inicio, es decir, los estudiantes no toman interés, ni ponen el esfuerzo para comprender el problema, ni configurar un plan para la resolución de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. Finalmente estos resultados afirman el aprendizaje de sistema de sistema de EDO de primer orden, existe una mejora en el nivel alcanzado (8,34 puntos a 14,12 puntos los promedios finales) por los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

Demostrándose de esta forma la inclusión del software matlab en sesiones de aprendizaje si mejora de manera sustancial y significativa en las capacidades del proceso de aprendizaje de sistema de EDOs de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

Se observa de la figura 13, los estudiantes en la dimensión razonamiento y demostración se hallan en el nivel bueno grupo control y grupo experimental, mientras las otras dimensiones del proceso de aprendizaje se hallan en el nivel regular tendiente a bueno después de la aplicación del software matlab del grupo experimental, pero los estudiantes del grupo control en la dimensión de capacidad de comunicación matemática y resolución de problemas se hallan en el nivel deficiente mediante las clases magistrales del proceso de aprendizaje de sistema de EDOs de primer orden, se consideran siete categorías fundamentales que debe considerar un profesor para la resolución de problemas matemáticos Blanco y Cárdenas (2013):

(a) Formular adecuadamente un problema matemático, analizar y comprender el problema objeto de estudio y plantear estrategias de solución métodos y técnicas conocidas para resolución de problema.

(b) Ejecución de las estrategias didácticas e incluir las herramientas del software matlab para la resolución de problemas matemáticos de manera algebraica, numérica o gráficamente.

(c) Revisión y comprobación del problema, del resultado y toma de decisiones para la interpretación geométrica o física en el dominio de definición, explicando y comunicándose en lenguaje matemático formal.

- (d) Tecnología de la información, revisión de tutoriales y material bibliográfico.
- (e) Fuentes de situaciones y datos para plantear problemas matemáticas, lenguaje matemático, comunicación y Evaluación en las dimensiones de capacidad de razonamiento y demostración, capacidad de comunicación matemática y capacidad de resolución de problemas. A continuación presentamos del trabajo de investigación análisis inferencial con los datos de calificaciones de pre test y post test.

### 4.3. ANÁLISIS ESTADÍSTICO INFERENCIAL

La presente investigación de contratación de hipótesis general está en función de contrastación de las hipótesis específicas de las capacidades de aprendizaje, resolución de problemas, razonamiento y demostración, comunicación matemática. Para observar y comparar resultados de grupos control y grupo experimental con inclusión del software matlab en proceso de aprendizaje, se utiliza la prueba estadística de T estudent para muestras relacionadas, debido que las variables numéricas se obtienen en dos tiempos y se halla en un nivel nominal “es una prueba estadística para evaluar si estos dos grupos difieren entre sí de manera significativa respecto a sus medias en una variable” (Hernandez, Fernandez , & Batista, 2014).

#### 4.3.1. Análisis de normalidad de puntajes pre test- post test aplicados

Para determinar la normalidad de calificaciones pruebas de pre test y post test en sistema vigesimal se aplica la “prueba de Shapiro Wilk, para la muestra objeto de estudio con nivel de significancia  $\alpha = 0,05$  a fin de comprobar el grado de concordancia entre la distribución de datos cuantitativos empíricos”, (Hernandez, Fernandez , & Batista, 2014) en una muestra de 32 estudiantes del semestre académico 2017-I grupo experimental de la Universidad Alas Peruanas, Puerto Maldonado. Obteniendo el siguiente resultado.

*Tabla 9 Distribución de normalidad de las calificaciones de pre test y post test de estudiantes*

	Pruebas de normalidad					
	Kolmogorov-Smirnova			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	Gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Pre Prueba	0,105	32	0,200*	0,968	32	0,455
Post Prueba	0,128	32	0,200*	0,957	32	0,222

\*. Esto es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de significación de Lilliefors

*Fuente: aplicación pre test y post test 2017.*

Observamos la tabla No 9 dos resultados: “Uno la prueba de Kolmogorov-Smirnov y la prueba de Shapiro-Wilk para analizar la normalidad de los datos numéricas de calificaciones obtenidas por los estudiantes, la prueba de Kolmogorov-Smirnov se utiliza para probar los conjuntos de datos grandes, mientras que la prueba de Shapiro-Wilk es más apropiada para una muestra más pequeña, como 50 datos o menos” (Hernandez, Fernandez , & Batista, 2014) . Entonces utilizamos la prueba Shapiro- Wilk, puesto que el tamaño de muestra es 32 estudiantes que se someten a la prueba.

- la variable de pre test, su nivel de significación es de 0,455 ( $0,455 > 0,05$ )
- la variable de post test, su nivel de significación es de 0,222 ( $0,222 > 0,05$ )

Decisión:

Los resultados obtenidos en la tabla 9, nos indican que nivel de significancia de ambos datos cuantitativos son mayores a 0,05 esto significa que el conjunto de datos de calificaciones pre tests y post test en sistema vigesimal tienen distribución normal del grupo control y grupo experimental. Por lo tanto se aplicará pruebas paramétricas, en este caso se aplicará para prueba de hipótesis general y específica de prueba estadística de T estudent para muestras relacionadas.

#### **4.3.2. Prueba de hipótesis**

##### **4.3.2.1. Hipótesis general**

a) Planteamiento de hipótesis estadísticas:

H0:  $\mu_2 = \mu_1$ : No existe influencia significativa del software matlab en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la carrera profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

H1:  $\mu_2 > \mu_1$ : Existe influencia significativa del software matlab en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

b) Nivel de significancia:

Se considera  $\alpha = 0,05$  (5%)

c) Tipo de prueba estadística:

Se escoge la prueba T de estudent para muestras relacionadas

d) Regla de decisión:

Si  $p \leq 0,05$  se rechaza Ho y se acepta H1. Esto quiere decir la inclusión del software

matlab influye significativamente en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

*Tabla 10 Análisis estadístico descriptivo*

Estadísticas de muestras emparejadas					
		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Post Test	13,9791	32	3,05463	0,53999
	Pre Test	8,6041	32	2,33148	0,41215

*Fuente: Elaboración propia 2017.*

*Tabla 11 Correlación de muestras emparejadas*

Correlaciones de muestras emparejadas				
		N	Correlación	Sig.
Par 1	Post Test & Pre Test	32	0,916	0,000

*Fuente: Elaboración propia 2017*

En la tabla 10 y tabla 11 se describen las mediciones a comparar de los promedios de calificaciones post test 13,9791 puntos es sistema vigesimal y las calificaciones pre test 8,605 puntos en sistema vigesimal, es más, hay una diferencia de media de 5,375 puntos en sistema vigesimal y se observa una correlación positiva del 91,6% y se presenta la correlación entre las mismas.

*Tabla 12 Prueba estadística de t estudent para muestras relacionadas*

Prueba de muestras emparejadas									
Diferencias emparejadas									
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia		t	gl	Sig. (bilateral)
					Inferior	Superior			
Par 1	Post Test - Pre Test	5,3750	1,31037	0,23164	4,90256	5,84744	23,204	31	0,000

Fuente: Elaboración propia

Del tabla 12 se observa un valor de la prueba estadística de T de student calculado es 23,204, con  $gl = 31$  grados de libertad y el  $p$ -valor = 0.000, es menor que el nivel de significación 0,05 esto implica, las calificaciones de promedios de pre test y la post test del grupo control y experimental respectivamente son diferentes es decir, el promedio de estudiantes del grupo control se hallan en nivel deficiente, pero del grupo experimental el promedio se halla en nivel bueno o previsto. Del 100% de estudiantes del proceso de aprendizaje de sistema ecuaciones diferenciales ordinarias con inclusión de las herramientas del software matlab logran un incremento del 5.3750 puntos en promedio y con el 95% de intervalo de confianza de la diferencia de medias, esto incremento va de 4.91 puntos hasta 5.84 puntos en promedio corresponde al grupo experimental, esto implica, el aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de los estudiantes es estadísticamente significativa, es más, si influye significativamente la inclusión del software matlab en el proceso de aprendizaje.

e) Conclusión:

En cuanto a la efectividad del software matlab para modificar el nivel de aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes, hubo un incremento en el nivel de aprendizaje ( $t(31)=23,204$ ;  $p < 0,05$ ) entre los puntajes de pre test con una media de ( $\mu_1 = 8.6041$ ) puntos en sistema vigesimal a post test con una media de ( $\mu_2 = 13.9791$ ) puntos en sistema vigesimal de asistir a la sesión del programa experimental.

Por lo tanto se acepta la hipótesis general alterna de investigación; es decir, si existe influencia significativamente del software matlab en el aprendizaje de sistema de ecuación es diferenciales de primer orden lineal en los estudiantes de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I. Esto implica, las dimensiones del proceso de aprendizaje como: Capacidad de razonamiento y demostración, capacidad de comunicación matemática y capacidad de resolución de problemas matemáticos son asimilados, comprendidos y exteriorizados para la vida académica y el trabajo con inclusión del software matlab en sesión de clase.

#### **4.3.2.2. Hipótesis específicas capacidad de aprendizaje demostración y razonamiento**

##### Hipótesis Específica 1

a) Planteamiento de hipótesis estadísticas:

H0:  $\mu_2 = \mu_1$ : No existe influencia significativa del software matlab en la capacidad de razonamiento y demostración en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

H1:  $\mu_2 > \mu_1$ : Existe influencia significativa en software matlab en la capacidad de razonamiento y demostración del aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

b) Nivel de significancia:

Se considera  $\alpha = 0.05$  (5%)

c) Tipo de prueba estadística:

Se escoge la prueba T para muestras relacionadas

d) Regla de decisión: Si  $p \leq 0.05$  se rechaza Ho y se acepta H1. Esto quiere decir que. El software matlab influye significativamente en la capacidad de razonamiento y demostración del aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

Tabla 13 Análisis estadístico descriptivo

Estadísticas de muestras emparejadas					
		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Post Test	15,5566	32	2,82347	0,49912
	Pre Test	15,2784	32	3,32820	0,58835

Fuente: Elaboración propia 2017.

Tabla 14 Correlación de muestras emparejadas

Correlaciones de muestras emparejadas				
		N	Correlación	Sig.
Par 1	Post Test & Pre Test	32	0,848	0,000

Fuente: Elaboración propia 2017.

En la tabla 13 y tabla 14 describen las mediciones a comparar de los promedios de calificaciones 15,5566 puntos es sistema vigesimal de aplicación post test y 15,2784 puntos en sistema vigesimal de aplicación pre test, es más, se observa una correlación positiva del 84,8% y se presenta la correlación entre las mismas.

Tabla 15 Prueba estadística de t estudent para muestras relacionadas

		Prueba de muestras emparejadas							
		Diferencias emparejadas							
		95% de intervalo							
		Media de							
		de confianza de la							
		diferencia							
		Desviación	error						Sig.
		estándar	estándar	Inferior	Superior	t	gl	(bilateral)	
Pa	Post Test	Media	estándar	estándar	Inferior	Superior	t	gl	(bilateral)
r 1	- Pre Test	0,27812	1,76428	0,31188	-0,3579	0,91421	0,892	31	0,379

Fuente: Elaboración propia 2017.

De la tabla 15 se observa un valor de la prueba estadística de T estudent es 0,892, con  $gl = 31$  grados de libertad y  $p = 0,379$ , no es menor que nivel de significancia 0,05 por lo que la dimensión de capacidad de razonamiento y demostración del aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I, no es diferente las calificaciones de promedios entre las pruebas de Pre test y la Post test del grupo control y experimental respectivamente. Del 100% de estudiantes proceso de aprendizaje de sistema ecuaciones diferenciales ordinarias con inclusión de las herramientas del software matlab logran un incremento del 0.27812 puntos en promedio y con el 95% de intervalo de confianza de la diferencia de medias, esto incremento va de -0.3579 puntos hasta 0.9142 puntos en promedio que corresponde al grupo experimental, esto implica, el aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de los estudiantes no es estadísticamente significativa, el  $p\text{-valor}=0,375 > 0,05$  esto implica, no influye significativamente la inclusión del software matlab en el proceso de aprendizaje

e) Conclusión:

En cuanto a la efectividad del software matlab para modificar la dimensión de capacidad de razonamiento y demostración de aprendizaje del sistema de ecuaciones de primer orden en los estudiantes, hubo un pequeño incremento en la capacidad de razonamiento y demostración ( $t(31)=0.892$ ;  $p>0,05$ ) entre los puntajes de pre test (media1=15,2784



puntos) y post test (media<sub>2</sub>=15,5566 puntos ) de asistir a la sesión del programa experimental. Por lo tanto se acepta la hipótesis nula de investigación; es decir, no existe influencia significativa del software matlab en la dimensión de capacidad de razonamiento y demostración del aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en estudiantes involucrados .

Consideraciones de capacidad de razonamiento y demostraciones del aprendizaje el estudiante universitario de ciencias o ingeniería debe tomar es:

- a) Realizar demostraciones matemáticas de proposiciones, teoremas o corolarios consiste seguir una secuencia de procedimientos justificados, teniendo las leyes o axiomas de estructuras matemáticas bien fundamentados por definiciones, teoremas, o se han obtenido de éstas mediante inferencias admisibles.
- b) Una demostración de existencia y unicidad de solución de sistema de EDOs prueba el problema de valor inicial obtenidas como consecuencia uso de algunas reglas de deducción al absurdo o inducción matemática.
- c) La capacidad de razonamiento para identificar y comprender las fórmulas matemáticas, principios o axiomas juega un rol importante para la vida académica y trabajo asociado a sistema de EDOS.

#### **4.3.2.3. Hipótesis específica capacidad de aprendizaje comunicación matemática**

Hipótesis Especifica 2

- a) Planteamiento de hipótesis estadísticas:

H<sub>0</sub>:  $\mu_2 = \mu_1$ : No existe influencia significativa del software matlab en la capacidad de Comunicación matemática en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

H<sub>2</sub>:  $\mu_2 > \mu_1$ : Existe influencia significativa del software matlab en la capacidad de Comunicación matemática en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

- b) Nivel de significancia:

Se considera  $\alpha = 0,05$  (5%)

- c) Tipo de prueba estadística:

Se escoge la prueba T para muestras relacionadas

d) Regla de decisión:

Si  $p < 0,05$  se rechaza  $H_0$  y se acepta  $H_2$ . Esto quiere decir, el software matlab influiría significativamente en la capacidad de Comunicación matemática del aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

Tabla 16 Análisis estadístico descriptivo

Estadísticas de muestras emparejadas					
		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Post Test	13,1259	32	5,27652	0,93277
	Pre Test	9,0978	32	3,58570	0,63387

Fuente: Elaboración propia 2017.

Tabla 17 Correlación de muestras relacionadas

Correlaciones de muestras emparejadas				
		N	Correlación	Sig.
Par 1	Post Test & Pre Test	32	0,836	0,000

Fuente: Elaboración propia 2017

En la tabla 16 y tabla 17 se describen las mediciones a comparar los promedios de calificaciones 13,1256 puntos es sistema vigesimal de aplicación post test y 9,0978 puntos en sistema vigesimal de aplicación pre test, es más, se observa una correlación positiva del 83,6% en la capacidad de aprendizaje de comunicación matemática y se presenta la correlación entre las mismas.

Tabla 18 Prueba estadística de t estudent para muestras relacionadas

Prueba de muestras emparejadas									
Diferencias emparejadas									
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia		t	gl	Sig. (bilateral)
					Inferior	Superior			
Par 1	Post Test - Pre Test	4,0281	3,01239	0,53252	2,94204	5,11421	7,564	31	0,000

Fuente: Elaboración propia 2017.

Del tabla 18 se observa un valor de la prueba estadística de T de student calculado está dada 7,564 con  $gl = 31$  grados de libertad y el  $p\text{-valor} = 0.00$ , es menor que nivel de significancia 0,05 por lo que capacidad de comunicación matemática del aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I, es diferente las calificaciones promedios de la prueba Pre test y la Post test del grupo control y grupo experimental respectivamente. Del 100% de estudiantes del grupo experimental de aprendizaje de sistema ecuaciones diferenciales ordinarias con inclusión de las herramientas del software matlab logran un incremento del 4,0281 puntos en promedio y con el 95% de intervalo de confianza de la diferencia de medias, esto incremento va de 2,942 puntos hasta 5,4112 puntos en promedio que corresponde al grupo experimental, esto implica, el aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de los estudiantes es estadísticamente significativa, es más, si influye significativamente la inclusión del software matlab en proceso de aprendizaje de EDOs.

e) Conclusión:

En cuanto a la efectividad del Software Matlab para modificar la capacidad de comunicación matemática del aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias en los estudiantes, hubo un incremento en la capacidad de comunicación matemática ( $t(31)=7,564$ ;  $p<0,05$ ) entre los puntajes de pre test (media1=9,097 puntos) y post test (media2=13,125 puntos) de asistir a la sesión del programa experimental. Por lo tanto se acepta la hipótesis alterna de investigación; es decir, si existe influencia significativa del software matlab en la capacidad de Comunicación matemática del aprendizaje de sistema de EDOs de primer orden de estudiantes involucrados.

- a) La capacidad de comunicación matemática de aprendizaje establece la transmisión de conocimientos en lenguaje matemático, expresar ideas matemáticas abstractas o concretas usando simbologías, gráficos, tablas, fórmulas o axiomas matemáticas, diagramas o esquemas en lenguaje escrito, oral.
- b) Describe una idea matemática mediante proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas, utilizar variables y construir argumentaciones orales y escritas, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones en lenguaje formal y simbólico.
- c) Asegurar la traducción de texto matemático sea clara, concisa en lenguaje verbal, símbolos matemáticos puede realizarse con soltura, para lo que hay que ejercitar.

- d) El software matemático son lenguajes informáticos de códigos, comandos, sintaxis para realizar procedimientos de algoritmos utilizando operaciones algebraicas, vectoriales, matriciales y representación de los procedimientos y contenidos.

#### 4.3.2.4. Hipótesis específicas capacidad de aprendizaje resolución de problemas

##### Hipótesis Especifica 3

- a) Planteamiento de hipótesis estadísticas:

H0:  $\mu_2 = \mu_1$ : No existe influencia significativa del software matlab en la capacidad de resolución de Problemas en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

H3:  $\mu_2 > \mu_1$ : Existe influencia significativa del software matlab en la capacidad de resolución de Problemas en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.

- b) Nivel de significancia:

Se considera  $\alpha = 0,05$  (5%)

- c) Tipo de prueba estadística:

Se escoge la prueba T para muestras relacionadas

- d) Regla de decisión:

Si  $p \leq 0,05$  se rechaza H0 y se acepta Ha. Esto quiere decir que. El software Matlab influiría significativamente en la etapa de ejecución del plan con las estrategias necesarias de resolución de problemas asociada a ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden lineales o no lineales en los estudiantes del semestre académico 2017-I de la carrera profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial ciudad de Puerto Maldonado región de Madre de Dios.

Tabla 19 Análisis estadístico descriptivo

Estadísticas de muestras emparejadas					
		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Post Test	13,6806	32	5,11462	0,90415
	Pre Test	0,8325	32	1,66798	0,29486

Fuente: elaboración propia 2017.

Tabla 20 Correlación de muestras emparejadas

Correlaciones de muestras emparejadas				
		N	Correlación	Sig.
Par 1	Post Test & Pre Test	32	0,263	0,145

Fuente: elaboración propia 2017.

En la tabla 19 y tabla 20 se describen las mediciones a comparar los promedios de calificaciones 13,68 puntos es sistema vigesimal de aplicación post test y 0,832 puntos en sistema vigesimal de aplicación pre test, es más, se observa una correlación débil del 26,3% en la capacidad de aprendizaje de resolución de problemas de sistema de EDOs de primer orden y se presenta la correlación entre las mismas.

Tabla 21 Prueba estadística de t estudent para muestras relacionadas

Prueba de muestras emparejadas									
Diferencias emparejadas									
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia		t	gl	Sig. (bilateral)
					Inferior	Superior			
P ar 1	Post Test - Pre Test	12,8481 3	4,94437	0,87405	11,06549	14,6307	14,70	31	0,000

Fuente: Elaboración propia 2017.

Del tabla 21 se observa valor de la prueba estadística de T de student es 14,700, con  $gl = 31$  grados de libertad y el  $p$ -valor = 0.00, es menor el nivel de significancia 0.05 por lo que capacidad de resolución de problemas del aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes involucrados,

Es diferente las calificaciones promedios de las pruebas Pre test y la Post test del grupo control y grupo experimental.

Del 100% de estudiantes del grupo experimental de aprendizaje de sistema ecuaciones diferenciales ordinarias con inclusión de las herramientas del software matlab logran un incremento del 12,8481 puntos en promedio y con el 95% de intervalo de confianza de la diferencia de medias, esto incremento va de 11,0655 puntos hasta 14,6307 puntos en promedio que corresponde al grupo control y grupo experimental, esto implica, el aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de los estudiantes es estadísticamente significativa, es más, si influye significativamente la inclusión del software matlab en el proceso de aprendizaje de EDOs.

e) Conclusión:

En cuanto a la efectividad del Software Matlab para modificar la capacidad de resolución de problemas del aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes, hubo un incremento en la capacidad de resolución ( $t(31)=14,7$ ;  $p<0,05$ ) entre los puntajes de pre test (media1=0,8325 puntos ) y post test (media2=13,6806 puntos ) de asistir a la sesión del programa experimental.

Por lo tanto se acepta la hipótesis alterna de investigación; es decir, si existe influencia significativa del software matlab en la capacidad de resolución de Problemas del aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en estudiantes involucrados. Por consiguiente un estudiante es matemáticamente competente, cuando realiza lo siguiente:

- Dominio y seguridad conceptual de matemática abstracta o concreta.
- Usar métodos y fundamento teórico para desarrollar procedimientos, algoritmos de una manera flexible, eficaz y apropiada.
- Pensamiento crítico y creativo para formular problemas matemáticos.
- Capacidades de comunicación matemática para explicar y argumentar con axiomas o propiedades de estructuras matemáticas.
- Actitudes positivas con sus propias capacidades matemáticas, resolución de problemas, el trabajo cooperativo e inclusión del software matemático.
- Verificar la solución obtenida siguiendo criterios específicos
- Examinar la posibilidad de obtener la solución por otro método, reducir la solución a resultados conocidos

## RESULTADOS Y DISCUSIONES

Al respecto existen trabajos de investigación de talla internacional y nacional sobre el proceso de aprendizaje de sistema de EDOs de primer orden con inclusión del software matlab sostenida por:

Carapaz, (2014). Aplica el software matlab en estudiantes de matemáticas y física, y concluye: Uso del software matlab en el proceso educativo desarrolla las potencialidades, habilidades matemáticas y comunicación de los estudiantes y repercute en su rendimiento académico, es más, docentes familiarizados mejoran el perfil profesional y fortalece la teoría con la práctica de laboratorio computacional resultando fundamental eficiente en el aprendizaje de contenidos temáticos; los docentes y estudiantes afirman durante el desarrollo de sesión de clase con inclusión del computador y el proyector permiten consolidar la teoría con la práctica de laboratorio computacional, esto evidencia las herramientas informáticas son parte del proceso educativo. El presente de investigación inclusión del software matlab en aprendizaje de sistema de EDOS de primer orden, repercute en la mejora de las dimensiones razonamiento y demostración, comunicación matemática, resolución de problemas de sistema de EDOs de primer orden del grupo experimental se hallan en nivel regular tendiente a nivel bueno(logro previsto), es más, uso del software matlab, permiten a los estudiantes desarrollar sus habilidades matemáticas y comunicación matemática reconociendo con facilidad tipo de ecuaciones diferenciales si son lineales o no lineales de primer orden en el plano, determinando el flujo vectorial, puntos críticos, diagrama de fases.

Ortigoza, G. (2007). Presenta soluciones de ecuación diferencial ordinarias mediante uso de dos paquetes las sintaxis de maple y mathematica, con métodos de separación de variables, coeficientes indeterminados, variación de parámetros y aquellos que se resuelven usando las series de potencias y transformada de Laplace y la visualización del campo de direcciones de ecuaciones diferenciales ordinarias lineal o lineales, mediante uso de comandos básicos dsolve, DSolve, NDSolve solución analítica, comportamiento cualitativa, asintótica y la relación de modelos físicos, ecológicos que describe la naturaleza, mediante los diagramas de fase en puntos críticos. En presente investigación se determina la solución analítica y cualitativa mediante uso de las herramientas del software matlab y utilizando las matrices jacobianas del campo vectorial no lineal en linealización de sistema de ecuaciones diferenciales en puntos críticos y el desarrollo de serie de Taylor para el campo vectorial que es buena aproximación obteniéndose matrices linealizadas y los autovalores reales o complejas de la matriz y luego obtener la solución única y los diagramas de fase de sistema de EDOs de primer orden lineal o no lineal, utilizando las herramientas del software

educativo para soluciones numéricas y algebraicas y presentar las gráficas o familia de curvas las soluciones analíticas y cualitativas de la matriz lineal tomando en cuenta los signos de los autovalores, estableciendo puntos críticos estables o inestables o sillars.

Roque, J. (2009). Explica si existen diferencias significativas en rendimiento académico de estudiantes con estrategia basada en la resolución de problemas, respecto al grupo método clásico en una muestra de 56 estudiantes. Al inicio el 82% de los estudiantes obtuvieron una calificación de promedio 9,5 en la escala vigesimal, después del tratamiento basada en resolución de problemas el grupo control obtuvo una calificación promedio de 10,47 puntos, mientras el grupo experimental obtuvo una calificación promedio de 12,84 puntos y el valor de la prueba estadística de p-valor es 0,008 significa la enseñanza basada en resolución de problemas ha mejorado significativamente en el rendimiento y se contrasta que si existen diferencias estadísticamente significativa entre los grupos de control y experimental, debido la prueba estadística de t de student calculada es 2,237. En consecuencia se aprecia un nivel de aprendizaje bueno en el grupo experimental y el grupo control un nivel de aprendizaje regular. El trabajo de investigación es tipo cuasiexperimental y aplicada en una muestra de 64 estudiantes siendo 32 estudiantes del grupo experimental, de estos el 62,5% tienen facilidad en manejo de las herramientas del software matlab y como consecuencia se hallan en el nivel regular tendiente a bueno (logro previsto), del 100% de estudiantes obtienen un promedio de 14,12 puntos en sistema vigesimal con inclusión del software matlab. En cuanto a la efectividad del software matlab en aprendizaje de sistema de EDOs con la prueba estadística de T de student es 23,204 con 31 grados de libertad y el p-valor=0,00 < 0,05, esto permite aceptar la hipótesis general alterna objeto de estudio, si existe influencia significativa del software matlab en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en estudiantes involucrados, en más, las pruebas de pre test y post test del grupo control y grupo experimental, ( $t(31)=23,2$ ;  $p<0,05$ ) entre los puntajes de pre test (media1=8,341) puntos en sistema vigesimal y post test (media2=14,12) puntos en sistema vigesimal de asistir a la sesión del programa experimental.



## CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados de la investigación se puede concluir lo siguiente:

El software matlab, si influye significativamente en aprendizaje de sistema de EDOs de primer orden en estudiantes de la carrera profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruana Filial Puerto Maldonado, 2017-I, con nivel de confianza 95% y nivel de significancia 0,05 prueba de ello hay incremento significativo promedio de calificaciones 5,375 puntos, además la prueba estadística de T de student presenta( $t(31)=23,204$ ;  $p < 0,05$ ) entre los puntajes promedios de pre test (media 1=8.604) y post test (media 2=13,979). Esto implica si existe influencia significativa del software matlab en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden lineal.

El software Matlab no influye significativamente en la capacidad de razonamiento y demostración del aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en estudiantes de carrera profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruana Filial Puerto Maldonado, 2017-I, de modo ( $t(31)=0,892$ ;  $p=0,397 > 0,05$ ); a un nivel 95% de seguridad estadística, prueba de ello no hay incremento significativo de promedios 0.27812 puntos entre los puntajes de pre test (media1=15,2784) y post test (media2=15,556).

El software Matlab influye significativamente en la capacidad de Comunicación matemática del aprendizaje de sistema de EDOs en estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruana Filial Puerto Maldonado, 2017-I, a un nivel del 95% de seguridad estadística, prueba de ello es que hubo un incremento significativo de 4.0281 puntos entre los grupos de control y experimental, además la prueba estadística y en la etapa de comunicación con lenguaje matemático es ( $t(31)=7,564$ ;  $p<0,05$ ) entre los puntajes de pre test (media1=9,098) y post test (media2=13,125) .

El software Matlab influye significativamente en la capacidad de resolución de Problemas en aprendizaje de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruana Filial Puerto Maldonado, 2017-I, a un nivel del 95% de seguridad estadística, prueba de ello es que hubo un incremento significativo en 12.8481 puntos entre los grupos de control y experimental, además la prueba estadística y en la etapa de ejecución ( $t(32)=14,7$ ;  $p<0,05$ ) entre los puntajes de pre test (media1=0,8325) y post test (media2=13,681).

## RECOMENDACIONES

PRIMERA: Se recomienda al coordinador de la escuela profesional ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, promover la aplicación del software matlab para mejorar el aprendizaje de sistema de ecuaciones de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado. Para ello es preciso que se desarrollen sesiones de aprendizaje con especialistas en el software matlab.

SEGUNDA: A vista de los resultados de la investigación y comprobada, si bien el software matlab no influye significativamente en la capacidad de razonamiento y demostración del sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, sería necesario que las autoridades de la escuela profesional de ingeniería civil, se preocuparan por mantener y si es posible mejorar estos niveles de aprendizaje.

TERCERA: Si bien los resultados de la investigación y comprobada el software Matlab influye significativamente en la capacidad de comunicación matemática del sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruana Filial Puerto Maldonado, sería conveniente que las autoridades de la escuela profesional de ingeniería civil, implementaran una capacitación docente, en software Matlab, desde una perspectiva mutua, pero incidiendo en la capacidad de comunicación matemática (gráfica de ecuaciones de una variable), ejerce mayor nivel de influencia en el aprendizaje de sistema de ecuaciones de primer orden.

CUARTA: Si bien los resultados de la presente investigación y comprobada el software Matlab influye significativamente en la capacidad de resolución de problemas del sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Alas Peruana Filial Puerto Maldonado, sería conveniente que las autoridades de la escuela profesional de ingeniería civil, implementaran una capacitación docente, impartiendo un curso breve de manejo de Matlab con la finalidad de que el programa no sea un obstáculo para implementar de tal manera que se ejecute en menor tiempo sobre todo representar gráficamente los resultado.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alegría, M. (2015). *Uso de las TIC como estrategias que facilitan a los estudiantes la construcción de aprendizaje significativos (tesis de pregrado)*. Universidad Rafael Landívar, Guatemala.
- Alvarez, F., Osses, A., & Sanchez, L. (2005). *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. Chile: MA26A.
- Arroyo, E. (2006). Software educativo y colaborativo para el aprendizaje de la asignatura Tecnología Didáctica. *Revistas científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal*, 109-122.
- Ascheri, M., & et, a. (2007). *Desarrollo de un software educativo para la visualización gráfica del comportamiento de algunos métodos numéricos*. Universidad Nacional de la Pampa, Uruguay.
- Ayala, M. I. (2016). *El software matlab en simulaciones matemática de las tendencias y comportamientos de las variables financieras y económicas en estudiantes de Ingeniería Comercial de Universidad de Cotopaxi (Tesis de pregrado)*. Latacunga, Ecuador: Universidad de Cotopaxi.
- Barbolla, I., & Sanz, P. (1998). *Álgebra lineal y teoría de matrices*. Madrid España: Printice Hall.
- Benaciz, R. (2007). *Tópico de ecuaciones diferenciales ordinarias*. Lima -Perú: Fabet.
- Blaz, F. E. (2014). *Perspectiva Didáctica de las Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden mediante la Integración de Macros Algebraico, Geométrico y Numérico (tesis de pregrado)*. Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú.
- Carapaz, J. M. (2014). *La utilización del software matlab como herramienta didáctica en el aprendizaje de matemática, de los estudiantes de quinto semestre de la carrera de física y matemática de la Universidad técnica del norte, 2013 – 2014 (tesis de pregrado)*. Universidad Técnica del Norte, Ibarra, Ecuador.
- Casanova, M. A. (2012). La evaluación de competencias básicas. *Iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambio de educación*, 1-19.
- Castro, S., Guzmán, B., & Casado, D. (2007). Las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje. *Laurus*, 213-234.
- Córdova, M. (2003). *Estadística descriptiva e inferencial*. Lima, Perú: Moshera, S.
- Crispin, M., Gómez, T., Ramírez, J., & Ulloa, J. (2012). *Guía del docente para el desarrollo de competencias*. México: G.Ulloa.
- Descartes, R. (1995). *Los principios de la filosofía*. Barcelona, España: Alianza.
- Edwards, H. C., & Penney, D. E. (2009). *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*. México: Person.
- Elon, L. (1998). *Álgebra Lineal*. Lima, Perú: Colección de textos Imca.
- Fernández, M. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Reston, Va. NCTM.
- Fiallo, J., Camargo, L., & Gutiérrez, A. (2013). Acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la demostración en matemáticas. *Revista de integración escuela de matemáticas Universidad de industrial de Santander*, 181-205.
- Figuroa, C. (23 de septiembre de 2004). Rendimiento académico. En *Sistema de evaluación académica* (págs. 11-25). San Salvador. Obtenido de <http://ri.ufg.edu.sv/jspui/bitstream/11592/6360/3/371.262-B634f-CAPITULO%20II.pdf>

- Garbanzo, G. M. (2007). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios, una reflexión desde la calidad de la educación superior pública. *Educación*, 43-63.
- Hernandez, R. (2017). Impacto de las TIC en la educación: Retos y Perspectivas. *Propósitos y Representaciones*, 325-347.
- Hernandez, R., Fernandez, C., & Batista, M. (2014). *Metodología de Investigación*. Mexico: Mac Graw Hill.
- Humberto, d. (1990). Rendimiento académico y factores psicosociales en los ingresantes a la carrera de medicina - UNNE. *Scielo Paraguaya de Sociología*, 143-167.
- Ibáñez, J. (2006). *Computación de Altas Prestaciones para el Cálculo de Funciones de Matrices y su Aplicación a la Resolución de Ecuaciones Diferenciales (tesis doctoral)*. Universidad Politecnica de Valencia, Valencia, España.
- Jaquinet, M., Rivero, M., & Garbache, A. (2016). La motivación en el rendimiento académico de los estudiantes de medicina. *Revista médica electrónica, Scielo*.
- Lettle, J., & Moler, C. (23 de Septiembre de 2017). *www.mathworks.com*. Obtenido de <https://www.mathworks.com/company/aboutus/founders.html>
- Martin, E., García, L., & Rodriguez, T. (2008). Estrategias de aprendizaje y rendimiento académico en estudiantes universitarios. *Revistas científicas de america latina y el caribe*, 401-412.
- Miljanovich, M. (2000). *Relaciones entre la inteligencia general, el rendimiento académico y la comprensión de lectura en el campo educativo (Tesis Doctoral)*. Lima, Peru: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Molina, J. A. (2015). Experiencia basada en la triada TICs, enseñanza por proyectos y modelado para la enseñanza de sistemas de ecuaciones diferenciales. *Uniciencia*, 46-61.
- Molina, A. (2012). Las TIC en la educación superior como vía de formación y desarrollo competencial en la sociedad del conocimiento. *ReiDoCrea*, 106-114.
- Morales, E., García, F., Campos, R., & Astroza, C. (2013). Desarrollo de competencias a través de objetos de aprendizaje. *Educación a distancia*, 1-19.
- Ortigoza, G. (2007). Resolviendo ecuaciones diferenciales ordinarias con Maple y Mathematica. *mexicana de física*, 155-167.
- Pantoja, H. (2015). *Aplicación del software libre SAGE y su influencia en el rendimiento académico en cálculo vectorial, en los estudiantes del IV ciclo de Ingeniería Mecánica de la Universidad Nacional de Ingeniería (tesis doctoral)*. Universidad Nacional de Educación, Lima, Perú.
- Perez López, C. (2002). *Matlab y sus aplicaciones en la ciencias y la ingenierias*. Madrid: Prentice Hall.
- Perko, L. (2001). *Differential Equation and Dinamical systems*. New York EE.UU: Springer Verlag.
- Polya, G. (2007). Como plantear y resolver problemas. *Dialogos en la sociedad del conocimiento*, 210-215.
- Reyes, E. (1988). *Influencia del programa curricular y del trabajo docente escolar en historia del Perú del tercer nivel de la Facultad de Educación - UNMSM*. Lima Perú.
- Rodriguez, L. (2010). *Concepción didáctica del software educativo como instrumento mediador para un aprendizaje desarrollador (tesis Doctoral)*. Universidad de Ciencias Pedagógicas Santa Clara, Cuba.

- Roque, J. (2009). *Influencia de la enseñanza de la matemática basada en la resolución de Problemas en el Mejoramiento del rendimiento Académico (tesis de maestría)*. Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.
- Sarabia, J., & Sarabia, J. (2013). El uso de las computadoras como herramientas de enseñanza, problemas frecuentes y soluciones alternativas para un nuevo paradigma educativo. *Lenguas Modernas*, 249-266.
- Unesco. (2013). *Enfoques sobre el TICs en Educación en América Latina y el Caribe*. Santiago, Chile: OREALC/UNESCO.
- Vidal , M., Gomez, F., & Ruiz , A. (2010). Software Educativos. *Edicacion Médica Superior*, 90-111.
- Villate, J. (2007). *Introduccion a los sistemas dinamicos un abordaje practica con maxima*. California EE.UU: Stanford .
- Zill, D. G. (2015). *Ecuaciones Diferenciales con Valor en la Frontera*. Mexico: Cengage Learning.

## ANEXOS

1. Matriz de consistencia del trabajo de investigación
2. Programa experimental
3. Ficha de observación
4. Pre test y Post test
5. Ficha de registro: pre test y post test
6. Guías de practicas

## MATRIZ DE CONSISTENCIA

*Influencia del software matlab en el aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería*

*Universidad Alas Peruanas Puerto Maldonado 2017.*

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPOTESIS Y VARIABLES	DIMENSIONES y VARIABLES	
<p><b>PROBLEMA GENERAL</b> ¿Cuál es la influencia significativa del software matlab en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I?</p> <p><b>PROBLEMAS ESPECÍFICOS</b> 1.¿Cuál es la influencia significativa del software matlab en la capacidad de razonamiento y demostración en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I?</p>	<p><b>OBJETIVO GENERAL</b> Determinar la influencia significativa del software matlab en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.</p> <p><b>OBJETIVOS ESPECIFICOS</b></p> <p>1. Determinar la influencia significativa del software matlab en la capacidad de razonamiento y demostración en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.</p> <p>2. Determinar la influencia significativa del Software matlab en la capacidad de comunicación matemática en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales</p>	<p><b>HIPOTESIS GENERAL O CENTRAL</b></p> <p><b>Ha:</b> Existe influencia significativa del software matlab en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.</p> <p><b>HIPÓTESIS ESPECÍFICOS</b></p> <p>1.Existe influencia significativa del software matlab en la capacidad de razonamiento y demostración en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial ciudad de Puerto Maldonado, 2017-I.</p> <p>2.Existe influencia significativa del software matlab en la capacidad de comunicación matemática en aprendizaje de sistema de ecuaciones</p>	<b>VARIABLE INDEPENDIENTE: SOTFWARE MATLAB</b>	
			DIMENSIONES	INSTRUMENTOS
			1. Cálculos matemáticos y desarrollo de algoritmos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sintaxis, comandos y manual de matlab.</li> <li>• Guías de laboratorio</li> </ul>
			2. Análisis de datos y visualización de resultados algebraica, numérica.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Guías de laboratorio</li> </ul>
			3. Sintaxis, Script para ecuaciones diferenciales ordinarias	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Libros virtuales</li> <li>• Guías de laboratorio</li> </ul>
			<b>VARIABLE DEPENDIENTE: APRENDIZAJE DE SISTEMA DE EDOs DE PRIMER ORDEN</b>	
		1. Razonamiento y demostración	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaboración y aplicación de módulos de aprendizaje de sistema EDOs con matlab.</li> <li>• Pruebas de pre test y post test</li> </ul>	

<p>Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I?</p> <p>2.¿Cuál es la influencia significativa del software matlab en la capacidad de comunicación matemática en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I?</p> <p>3.¿Cuál es la influencia significativa del software matlab en la capacidad de resolución de problemas en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I?</p>	<p>ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.</p> <p>3. Determinar la influencia significativa del software matlab en la capacidad de resolución de problemas en aprendizaje de sistema de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado, 2017-I.</p>	<p>diferenciales ordinarias de primer orden en estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial ciudad de Puerto Maldonado, 2017-I.</p> <p>3.Existe influencia significativa del software matlab en la capacidad de resolución de problemas en aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en estudiantes de Ingeniería Civil Universidad Alas Peruanas Filial de la ciudad de Puerto Maldonado , 2017-I</p>	2. Comunicación matemática	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaboración y aplicación de módulos de aprendizaje de sistema EDOs con matlab.</li> <li>• Pruebas de pre test y post test</li> </ul>
			3. Resolución de problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaboración y aplicación de módulos de aprendizaje de sistema EDOs con matlab.</li> <li>• Pruebas de pre test y post test</li> </ul>
<b>VARIABLE RENDIMIENTO ACADÉMICO</b>				
			Promedio Semestral 2017-I	Valoración de escalas O niveles de estudio
			20 puntos a 17.5 puntos	Muy Bueno
			17.49 puntos a 13.5 puntos	Bueno
			13.49 puntos a 10.5 puntos	Regular
			10.49 puntos a 7.5 puntos	Malo
			7.49 puntos a cero puntos	Deficiente
Indicadores: Registros de evaluación 2017-I, actas de notas del semestre académico 2017-I de la Oficina General de Asuntos Académicos de la UAP Filial Puerto Maldonado.				



JUSTIFICACIÓN	VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	METODOLOGIA DE INVESTIGACIÓN	UNIVERSO POBLACION Y MUESTRA
		SOFTWARE MATLAB			
<p><b>- Social</b></p> <p>La participación voluntaria de los estudiantes del semestre académico 2017-I, además la participación del docentes en el proceso de capacitación en las estrategias didácticas del manejo de las herramientas del software matlab, estos responden a una situación real viviente y se evidencia la realidad del nivel de aprendizaje sin tener en cuenta condición social y económica es decir, el docente pone el máximo esfuerzo para lograr las competencias y homogenizando el aprendizaje de estudiantes y servirá de antecedente para otras investigaciones similares y comunidad investigadora en la región de Madre de Dios.</p> <p><b>- Académica</b></p> <p>Conocer a profundidad la teoría de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden de manera cualitativamente y cuantitativamente los resultados</p>	<p><b>SOFTWARE</b></p> <p>MATLAB</p>	<p>1. CÁLCULOS MATEMÁTICOS Y DESARROLLO DE ALGORITMOS</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Operadores matemáticos, relación de orden, algebraicos</li> <li>Rendimiento</li> </ul>	<p><b>Tipo de Investigación:</b></p> <p>El presente trabajo de investigación, es de tipo aplicada, casi experimental porque busca evidenciar la presencia de un conocimiento con la inclusión del software matlab en el aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y se orienta en la comprobación de las hipótesis planteadas en los estudiantes del matriculados semestre académico 2017-I de la carrera profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional Alas Peruanas Filial ciudad Puerto Maldonado?</p> <p><b>Nivel de Investigación :</b></p> <p>El presente trabajo de investigación, es de nivel de tipo explicativo, transversal porque se fundamenta en marco teórico de ecuaciones diferenciales ordinarias. Para explicar científicamente la relación existente y la influencia significativa entre las variables en estudio,</p> <p><b>Método y diseño de la Investigación:</b></p>	<p>El universo del presente trabajo de investigación está constituido por los estudiantes matriculados en el semestre académico 2017- I, de la UAP La población que participará en el presente proyecto de investigación está integrada por estudiantes matriculados en el semestre académico 2017-I de la Facultades de UAP, que consta de 520 estudiantes de sexo masculino y femenino del semestre académico 2017-I de la Universidad Alas Peruanas Filial de Puerto Maldonado y la muestra probabilística que consta de 64 estudiantes, matriculados en la Oficina de Asuntos Académicos de las Facultades de Ingeniería Civil de UAP 32 estudiantes del grupo experimental y 32 estudiante del grupo control .</p> <p><b>TECNICAS</b></p> <p>La técnica de recolección de datos para medir la variable dependiente aprendizaje de sistema de EDOs de los estudiantes del semestre académico 2017-I, se considera los registros de evaluación, o actas de notas, los promedios semestrales, obtenida de la Oficina de Asuntos Académico parta su operacionalizacion y la valoración del instrumento es por la escala valorativa de muy bueno, bueno, regular, malo y deficiente; siguiendo las escalas de Miljanovich y Elizabet Reyes Murillo con las mismas escalas valorativas la baremacion.</p>
		<p>2. ANÁLISIS DE DATOS Y VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS ALGEBRAICA, NUMÉRICA.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Numéricas y funciones algebraicas, graficas en script.</li> <li>Rendimiento</li> </ul>		
		<p>3. SINTAXIS, SCRIPT PARA ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sintaxis y script para la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias</li> </ul>		

<p>después de aplicación de las pruebas de pretest y posttest los niveles de valoración de rendimiento se encuentran en niveles aceptables, en base a las dimensiones del proceso de aprendizaje de las componentes de razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas con inclusión del software matlab., estos repercuten en el aprendizaje eficiente o deficiente en los estudiantes de Ingeniería Civil 2017-I de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado.</p> <p><b>- Científico.</b></p> <p>Formular sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y la ecuación característica de la matriz lineal para obtener los auto valores reales o complejas de la matriz mediante uso del software matlab y para variable</p>	<p>APRENDIZAJE DE SISTEMA EDOs DE PRIMER ORDEN</p>	<p><b>1. RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN</b></p>	<p>Realiza operaciones algebraicas y numéricas polinomio característico Halla los autovalores de la matriz asociada a EDOs. Utiliza resultados de teorema de unicidad y existencia de soluciones</p>	<p><b>DISEÑO:</b> El presente investigación corresponde al diseño transversal-Explicativa causal, cuasi experimental porque nos permitió evaluar y determinar el nivel de calificación de pre test y post test entre aplicación del software matlab y aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Civil.</p>	<p>La variable independiente uso de las herramientas del software matlab para el proceso de enseñanza y aprendizaje de sistema de EDOs de primer orden lineal y no lineal.</p> <p><b>ESTADÍSTICA</b></p> <p>Se utiliza la distribución estadística de la prueba de T de student para muestras relacionadas, y la prueba de P-valor con 0.05 nivel de significación mediante el programa estadístico de SPSS y el Programa Excel, para la constatación de hipótesis planteadas en el trabajo e investigación.</p>
		<p><b>2. COMUNICACIÓN MATEMÁTICA</b></p>	<p>Interpreta gráficos para inferir curvas solución Discrimina las condiciones del discriminante</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grafica diagramas de fase y curvas solución</li> </ul> <p>Autonomía</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica con su propio lenguaje matemático y puede leer y escribir</li> </ul>	<p><b>METODO:</b> El presente trabajo de investigación se usó el método de observación y uso del software matlab, inductivo y deductivo.</p> <p>M = Estudiantes del Semestre Académicos 2017-I de la carrera profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Alas Peruanas Filial Puerto Maldonado</p> <p><b>O1(V.I)</b> = Componentes fundamentales de las herramientas del software matlab</p>	

<p>dependiente aprendizaje de sistema de EDOS de primer orden, la existencia de nivel de significación entre las variables de estudio, con el uso de la prueba estadística de T-student para muestras relacionadas y tomar decisión P-valor, de rechazar o aceptar la hipótesis nula y el uso del programa estadístico SPSS cuadros estadísticos y Hoja de Cálculo Excel para cálculos estadísticos.</p> <p><b>-Económico</b></p> <p>La actividad laboral que desempeñan los padres de familia , quienes sustentan la educación de sus hijos estudiantes universitarios y otros estudiantes durante la permanencia en el claustro universitario es auto sustento con trabajos de medio tiempo o eventuales, procedencia de estudiantes de lugares lejanas a</p>	<p><b>RENDIMIENTO ACADÉMICO</b></p> <p>(R.A)</p>	<p><b>3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprender el problema.</li> <li>• Diseñar un plan con estrategias didácticas</li> <li>• Ejecutar el plan con uso de fundamento teórico de sistema de EDOS.</li> <li>• Comprobar los resultados por otros métodos o técnicas de resolución de problemas</li> </ul>	<p><b>O2 (V.D)</b> = Aprendizaje de EDOS de primer orden y rendimiento (registros de evaluación)</p> <p><b>Variable interviniente (estudiantes)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Edad</li> <li>• Sexo</li> </ul>	<p>Toma de decisión de influencia significativa o no, de las variables objeto de estudio, para aceptar o rechazar la hipótesis Ha respecto a Ho.</p> <p>Se acepta Ho, y se rechaza Ha, si cumple, esto es, si <math>P\text{-valor} &gt; 0.05</math></p> <p>Se rechaza Ho, y se acepta Ha, si cumple, esto es, si <math>P\text{-valor} &lt; 0.05</math></p>
		<p><b>Aprendizaje bien logrado</b></p> <p><b>(18ptos -20 pts)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Muy bueno</li> </ul> <p>20 pts a 17.5ptos</p>		

<p>la ciudad de Puerto Maldonado, y esto conduce y origina un aprovechamiento no uniforme del conocimiento cognitivo durante el proceso de aprendizaje y formación profesional de los estudiantes y de obtener un resultado satisfactorio en el rendimiento.</p>		<p><b>Aprendizaje regularmente logrado</b> <b>(17.49ptos a 11pts)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bueno 17.49 ptos a 13.5 ptos</li> <li>• Regular 13.49 ptos a 10.5ptos</li> </ul>		
		<p><b>Aprendizaje deficiente</b> <b>(10.49 a 0 puntos)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Malo 10.49 ptos – 07.5ptos</li> <li>• Deficiente: 7.49 a menos</li> </ul>		

# PROGRAMA EXPERIMENTAL DE INVESTIGACIÓN

## DATOS INFORMATIVOS

**1. TÍTULO DE LA INVESTIGACIÓN:** Influencia del software matlab en el aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Universidad Alas Peruanas Puerto Maldonado 2017.

**2. RESPONSABLES:**

Dr. Víctor, Ríos Falcón

Mg. Richar Marlón Mollinedo Chura

**3. OBJETIVOS:** Ejecutar el Programa Experimental de Investigación Pedagógica, desarrollando actividades de acuerdo al grupo de estudio, a fin de determinar la Influencia del software matlab en el aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en los estudiantes de Ingeniería Universidad Alas Peruanas Filial ciudad de Puerto Maldonado 2017.

**4. RECURSOS:**

**4.1. RECURSOS HUMANOS:**

Coordinadora de la facultad de ingenierías, estudiantes de la muestra de estudio.

**4.2. MATERIALES:**

Computadora, equipo multimedia, USB, lápiz, lapicero, libros o apuntes de apoyo, cuadernillo de respuestas de Pre y Post Test, guías de prácticas, láminas, papelotes.

**4.3. ECONOMICO:**

Presupuesto para investigación de docentes promovida por el Vicerrectorado de Investigación, de la dirección de apoyo y gestión de la investigación la suma de S/. 5000 (cinco mil soles) para la ejecución del trabajo de investigación periodo 2017.

**5. CRONOGRAMA:**

**5.1. INICIO:** 25 de Mayo del 20127

**5.2. TÉRMINO:** julio del 2017

**5.3. SESION DE CLASE:** programadas para el desarrollo de guías de laboratorio de los horarios.

MES	MAYO	JUNIO
SEMANAS		
1S	jueves 11:00 am - 1:00 pm	
2S		jueves 11:00am - 1:00 pm
3S		jueves 11:00 am - 1:00 pm
4S		jueves 11:00 am - 1:00 pm
5S		jueves 11:00 am - 1:00 pm
6S		jueves 11:00 am - 1:00 pm
7S		
8s		

**5.4. TOTAL DE HORAS:** 12 horas

**5.5. TOTAL DE SEMANAS:** 6 semanas

## RELACIÓN DE ESTUDIANTES QUE CONFORMAN LA MUESTRA

### (GRUPO EXPERIMENTAL)

Nº	CODIGO	APELLIDOS Y NOMBRES	SEXO
1	2016121452	ALLENDE GOMEZ, EDGAR	M
2	2016121292	AYALA HUAMAN, JOHAN ELVIS	M
3	2016121346	BARJA LANDEO, JOHAN RONALD	M
4	2016121384	BARRIENTOS MOSCOSO, WILBERT	M
5	2015226231	BLANCO SOSAYA, YURICO	F
6	2015226207	BUSTINZA HUANCA, ROSMERY YESSENIA	F
7	2016121268	CCAHUA HUAMANI, ALEXANDER ARAMIZ	M
8	2016121258	CCOA QUISPE, OXALC RAFAEL	M
9	2016121399	CCORIMANYA CHOQUEVILCA, JHON ROGER	M
10	2015226280	CHALLCO ARIZABAL, JOSHIJAMA EMILIO	M
11	2016121313	DO ROSARIO VARGAS, JASSIRA DEL PILAR	F
12	2015121492	HUAMAN NAVARRO, ARNOLD MAURO	M
13	2015226204	HUAMANHUALLPA PAUCCAR, YOEL	M
14	2015121564	INUMA ACEVEDO, YEISHON YERSON	M
15	2016121419	JUMAA QUISPE, SAMIRA	F
16	2016121277	MENDIGURI VALENCIA, ROSA LUZ	F
17	2014231183	MONTALVO CUBA, WAHINGTON	M
18	2016121340	NOA QUISPE, ISAIAS	M
19	2016121278	PEREA SOLORZANO, ERIKA SANDRA	F
20	2016121408	QQUECCAÑO INCAHUAMAN, NEHEMIAS	M
21	2016121310	QUISPE CHOQUE, THALIA KELLY	F
22	2016121311	QUISPE PUMA, FREDY	M
23	2016121314	RAMOS AGUIRRE, SARAY	F
24	2016121385	ROBLES NACIMIENTO, MILTON SEGUNDO	M
25	2016121451	ROZAS ZAMATA, RONY	M
26	2016121372	SARGENTO AYMACHOQUE, MARCO ANTONIO	M
27	2016121434	SOTO CHAIÑA, ALBINO	M
28	2016121332	TARIFA YUCRA, JAVIER EDUL	M
29	2016121423	TTITO CORNEJO, ALESSANDRO ADELBERT	M
30	2016121329	VALERIANO APAZA, JEANCARLOS	M
31	2016121259	VARGAS GUEVARA, JONATHAN	M
32	2016121270	VASQUEZ CHUNCA, WILSON	M

## PROGRAMA EXPERIMENTAL DE INVESTIGACIÓN

### SESIÓN 1

**Objetivo Específico:** 1. Informar a los participantes sobre el programa a desarrollar a través de uso de software Matlab con el objeto de mejorar el aprendizaje de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

Presupuesto de tiempo: 02 Horas.

Contenido	Estrategia metodológica	Técnicas	Indicadores	Materiales
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Información sobre el programa</li> <li>▪ Justificación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Dinámica</li> <li>▪ Palabras alusivas al programa y de bienvenida a los alumnos.</li> <li>▪ Breves comentarios acerca del software Matlab</li> <li>▪ Se analiza la lectura virtual y en equipo dan sus opiniones</li> <li>▪ Responden a la interrogante ¿Cómo se usa matlab en la ingeniería?</li> <li>▪ Integración grupal con ejercicios de relajación</li> <li>▪ Se realiza la instalación del software Matlab paso a paso</li> <li>▪ Compartimiento y refrigerio de los participantes y profesores.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Integración Grupal.</li> <li>▪ Exposición</li> <li>▪ Preguntas y Respuestas</li> <li>▪ Recreación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Respeto y valora el programa a ejecutar.</li> <li>▪ Observa las diapositivas y muestra empeño en participar en las actividades</li> <li>▪ Sigue las indicaciones de trabajo establecido por el profesor</li> <li>▪ Participa atentamente en forma activa en la integración grupal.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Computadoras</li> <li>Equipo multimedia</li> <li>CD</li> <li>USB</li> <li>Pizarra</li> <li>Plumones</li> <li>Mota</li> <li>Láminas</li> </ul>

Fecha: 25 de mayo del 2017

Hora: 5.00 pm - 6:40 pm



## PROGRAMA EXPERIMENTAL DE INVESTIGACIÓN

### SESIÓN 2

**Objetivo Específico:** 1. Evaluar los conocimientos previos de los estudiantes que conforman el grupo experimental sobre el conocimiento de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

**Presupuesto de tiempo: 02 Horas.**

Contenido	Estrategia metodológica	Técnicas	Indicadores	Materiales
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Solución de ecuaciones no lineales de una variable por el método de falsa posición</li> <li>▪ Solución de ecuaciones no lineales de una variable por el método de punto fijo</li> <li>▪ Solución de ecuaciones no lineales de una variable por el método de Newton Raphson</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Se aplica prueba de conocimientos previos al grupo experimental y al grupo de control (Anexo 2).</li> <li>▪ Se usará la calculadora para realizar los cálculos aritméticos para el grupo experimental.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Evaluación escrita.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Identifica la incógnita, datos y la condición del problema</li> <li>▪ Determina los datos de entrada en los algoritmos y la condición para elegir el valor inicial</li> <li>▪ Diseña un cuadro con los principales resultados, deduce el resultado</li> <li>▪ Comprobación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Calculadora</li> <li>Equipo multimedia</li> <li>Hojas</li> <li>Cuaderno</li> <li>AIP</li> <li>USB</li> </ul>

Fecha: 01 de junio del 2017

Hora: 5.00 pm - 6:40 pm

## PROGRAMA EXPERIMENTAL DE INVESTIGACIÓN

### SESIÓN 3

**Objetivo Específico:** 1. Brindar un introducción a Matlab, de tal manera que para los participantes el programa no sea un obstáculo de aprendizaje

Presupuesto de tiempo: 02 Horas.

Contenido	Estrategia metodológica	Técnicas	Indicadores	Materiales
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ingreso al programa</li> <li>▪ Ventanas de matlab</li> <li>▪ Interfaz gráfica</li> <li>▪ Operadores aritméticos</li> <li>▪ funciones con argumento real</li> <li>▪ grafica de funciones en 2D y 3D</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Dinámica: Breves comentarios de informaciones científicas, “adivina adivinador”, parafraseo... Se analiza la lectura virtual y en equipo dan sus opiniones y resultados.</li> <li>▪ Ingresan a programa exploran las principales ventanas de Matlab: Command Window, Command History, etc.</li> <li>▪ Realizan las operaciones aritmeticas con funciones reales</li> <li>▪ Se comenta sobre la utilidad del software matlab</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Observación sistemática</li> <li>▪ Exposición</li> <li>▪ Preguntas y Respuestas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Demuestra facilidad en el manejo de las principales ventanas de matlab</li> <li>▪ Manifiesta facilidad en el manejo de operadores aritméticos con funciones reales</li> <li>▪ Demuestra facilidad en el manejo de grafica de funciones</li> <li>▪ Hace más de lo que se le pide en el desarrollo de la sesión de aprendizaje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Computadoras</li> <li>Equipo multimedia</li> <li>CD</li> <li>USB</li> <li>Hojas</li> <li>Cuadernos</li> <li>Láminas</li> </ul>

Fecha: 08 de junio del 2017

Hora: 5:00 pm - 6:40 pm

## PROGRAMA EXPERIMENTAL DE INVESTIGACIÓN

### SESIÓN 4

**Objetivo Específico:** 1. Calcular los auto valores y auto vectores de una matriz, usando los comandos apropiados en ventana de comandos de MatLab. De tal manera desarrollar en el estudiante habilidades de programación estructurada para la resolución de problemas matemáticos haciendo uso del lenguaje Matlab

Presupuesto de tiempo: 02 Horas.

Contenido	Estrategia metodológica	Técnicas	Indicadores	Materiales
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Conceptos del auto valores y auto vectores de una matriz</li> <li>▪ Matrices y determinantes</li> <li>▪ Procedimientos para ingresar al ventana de comando</li> <li>▪ Actividades de aprendizaje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Dinámica: Breves comentarios de informaciones científicas, “adivina adivinador”, parafraseo... Se analiza la lectura virtual y en equipo dan sus opiniones y resultados.</li> <li>▪ Se comenta la utilidad de los conceptos matemáticos por ejemplo auto valores y auto vectores de una matriz</li> <li>▪ Se enseña como ingresar una matriz en la ventana de comandos de Matlab</li> <li>▪ utilizar el comandos <b>eig(A)</b> para determinar los auto valores y auto vectores de una matriz</li> <li>▪ Se comenta sobre la utilidad del software Matlab</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Observación sistemática</li> <li>▪ Exposición</li> <li>▪ Preguntas y Respuestas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ingresar correctamente una matriz en ventana de comandos</li> <li>▪ Interpreta los resultados obtenidos por el comando eig(A)</li> <li>▪ Hace más de lo que se le pide en el desarrollo de la sesión de aprendizaje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Guía de prácticas N° 1</li> <li>Computadoras</li> <li>Equipo multimedia</li> <li>Pizarra</li> <li>Plumones</li> <li>Mota</li> <li>CD</li> <li>USB</li> <li>Hojas</li> <li>Cuadernos</li> <li>Lápiz</li> </ul>

Fecha: 15 de junio del 2017

Hora: 5.00 pm - 6:40 pm

## PROGRAMA EXPERIMENTAL DE INVESTIGACIÓN

### SESIÓN 5

**Objetivo Específico:** 1. Analizar el comportamiento de sistemas lineales, usando la herramienta *pplane.8* de MatLab. De tal manera desarrollar en el estudiante habilidades de programación estructurada para la resolución de problemas matemáticos haciendo uso del lenguaje Matlab

Presupuesto de tiempo: 02 Horas.

Contenido	Estrategia metodológica	Técnicas	Indicadores	Materiales
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Conceptos sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden</li> <li>▪ Procedimientos para ejecutar el archivo <i>pplane8.m</i></li> <li>▪ Procedimientos para ejecutar el archivo <i>dfield8.m</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Dinámica: Breves comentarios de informaciones científicas, “adivina adivinador”, parafraseo... Se analiza la lectura virtual y en equipo dan sus opiniones y resultados.</li> <li>▪ Se comenta la utilidad de los conceptos matemáticos por ejemplo sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden</li> <li>▪ Analizan, enunciados y resuelven situaciones problemáticas a través de la herramienta <i>pplane8</i> y <i>dfield8</i> en matlab.</li> <li>▪ Se comenta sobre la utilidad del software matlab</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Observación sistemática</li> <li>▪ Exposición</li> <li>▪ Preguntas y Respuestas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ingresa correctamente los parámetros de la sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias</li> <li>▪ Interpreta los resultados obtenidos por el paquete <i>pplane8</i> de matlab</li> <li>▪ Interpreta los resultados obtenidos por el paquete <i>dfield8</i> de matlab</li> <li>▪ Hace más de lo que se le pide en el desarrollo de la sesión de aprendizaje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Guía de prácticas N° 2</li> <li>Computadoras</li> <li>Equipo multimedia</li> <li>Pizarra</li> <li>Plumones</li> <li>Mota</li> <li>CD</li> <li>USB</li> <li>Hojas</li> <li>Cuadernos</li> <li>Lápiz</li> </ul>

Fecha: 22 de junio del 2017

Hora: 5.00 pm - 6:40 pm

## PROGRAMA EXPERIMENTAL DE INVESTIGACIÓN

### SESIÓN 6

**Objetivo Específico:** 1. Calcular las raíces de una ecuación no lineal con método de punto fijo, usando la herramienta interfaces graficas de usuarios en MatLab. De tal manera desarrollar en el estudiante habilidades de programación estructurada para la resolución de problemas matemáticos haciendo uso del lenguaje Matlab

Presupuesto de tiempo: 02 Horas.

Contenido	Estrategia metodológica	Técnicas	Indicadores	Materiales
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Conceptos del retrato de fase</li> <li>▪ Concepto del plano de fase</li> <li>▪ Procedimientos para ejecutar el archivo pplane8.m</li> <li>▪ Actividades de aprendizaje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Dinámica: Breves comentarios de informaciones científicas, “adivina adivinador”, parafraseo... Se analiza la lectura virtual y en equipo dan sus opiniones y resultados.</li> <li>▪ Se comenta la utilidad de los conceptos matemáticos por ejemplo el retrato de fase y plano de fase</li> <li>▪ Identifican los datos de entrada y salida en el paquete pplane8</li> <li>▪ Analizan, enunciados y resuelven situaciones problemáticas a través pplane8.m</li> <li>▪ Se comenta sobre la utilidad del software matlab</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Observación sistemática</li> <li>▪ Exposición</li> <li>▪ Preguntas y Respuestas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Interpreta retrato fase o plano fase de cada caso de estudio</li> <li>▪ Formula gráficos de retrato de fase y plano de fase en matlab</li> <li>▪ Hace más de lo que se le pide en el desarrollo de la sesión de aprendizaje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Guía de prácticas N° 3</li> <li>Computadoras</li> <li>Equipo multimedia</li> <li>Pizarra</li> <li>Plumones</li> <li>Mota</li> <li>CD</li> <li>USB</li> <li>Hojas</li> <li>Cuadernos</li> <li>Lápiz</li> </ul>

Fecha: 29 de junio del 2017

Hora: 5.00 pm - 6:40 pm

## PROGRAMA EXPERIMENTAL DE INVESTIGACIÓN

### SESIÓN 7

**Objetivo Específico:** 1. Evaluar los conocimientos posteriores de los estudiantes que conforman el grupo experimental sobre sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

Presupuesto de tiempo: 02 Horas.

Contenido	Estrategia metodológica	Técnicas	Indicadores	Materiales
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Solución de sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden</li> <li>▪ Interpreta la solución de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden</li> <li>▪ Interpreta el retrato de fase y plano de fase, sobre todo el punto crítico</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Se aplica prueba de conocimientos previos al grupo experimental y al grupo de control (Anexo 2).</li> <li>▪ Se usará el software matlab para obtener los resultados a los problemas planteados</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Evaluación escrita.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Identifica la incógnita, datos y la condición del problema</li> <li>▪ Determina los parámetros de sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden</li> <li>▪ Diseña un cuadro con los principales resultados, deduce el resultado</li> <li>▪ Comprobación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Computadora</li> <li>Equipo multimedia</li> <li>Pizarra</li> <li>Plumones</li> <li>Mota</li> <li>Hojas</li> <li>Cuaderno</li> <li>USB</li> </ul>

Fecha: 30 de junio del 2017

Hora: 5.00 pm - 6:40 pm

## FICHAS DE OBSERVACIÓN

### PARTE I: Datos Informativos:

Institución : Universidad Alas peruanas Filial Puerto Maldonado

Curso : Ecuaciones Diferenciales

Escuela profesional : Ingeniería Civil

Ejecutor : Mg. Richar Marlón Mollinedo Chura

### II: Registro:

Nº	APELLIDOS Y NOMBRES	ITEMS							
		1 Respetar y valora el programa a ejecutar		2 Observa las diapositivas y muestra el empeño en participar en las actividades		3 Sigue las indicaciones de trabajo establecido por el profesor		4 Participa atentamente en forma activa en la integración grupal	
		SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1	ALLENDE GOMEZ, EDGAR								
2	AYALA HUAMAN, JOHAN ELVIS								
3	BARJA LANDEO, JOHAN RONALD								
4	BARRIENTOS MOSCOSO, WILBERT								
5	BLANCO SOSAYA, YURICO								
6	BUSTINZA HUANCA, ROSMERY YESSSENIA								
7	CCAHUA HUAMANI, ALEXANDER ARAMIZ								
8	CCOA QUISPE, OXALC RAFAEL								
9	CCORIMANYA CHOQUEVILCA, JHON ROGER								
10	CHALLCO ARIZABAL, JOSHIJAMA EMILIO								
11	DO ROSARIO VARGAS, JASSIRA DEL PILAR								
12	HUAMAN NAVARRO, ARNOLD MAURO								
13	HUAMANHUALLPA PAUCCAR, YOEL								
14	INUMA ACEVEDO, YEISHON YERSON								
15	JUMAA QUISPE, SAMIRA								
16	MENDIGURI VALENCIA, ROSA LUZ								
17	MONTALVO CUBA, WAHINGTON								
18	NOA QUISPE, ISAIAS								
19	PEREA SOLORZANO, ERIKA SANDRA								
20	QUECCAÑO INCAHUAMAN, NEHEMIAS								
21	QUISPE CHOQUE, THALIA KELLY								
22	QUISPE PUMA, FREDY								
23	RAMOS AGUIRRE, SARAY								
24	ROBLES NACIMIENTO, MILTON SEGUNDO								
25	ROZAS ZAMATA, RONY								
26	SARGENTO AYMACHOQUE, MARCO ANTONIO								
27	SOTO CHAIÑA, ALBINO								
28	TARIFA YUCRA, JAVIER EDUL								
29	TTTTO CORNEJO, ALESSANDRO ADELBERT								
30	VALERIANO APAZA, JEANCARLOS								
31	VARGAS GUEVARA, JONATHAN								
32	VASQUEZ CHUNCA, WILSON								

## PRE TEST- POST TEST

Nombres y Apellidos:.....

Ciclo:.....Fecha.....

### INDICACIONES

- a) El examen es individual
- b) Cada pregunta tiene un valor de 5 puntos.
- c) Escriba claramente sus procedimientos
- d) Prohibido el uso de celular u otros equipos de comunicación electrónica
- e) Si existe alguna duda pregunte al responsable de la prueba.

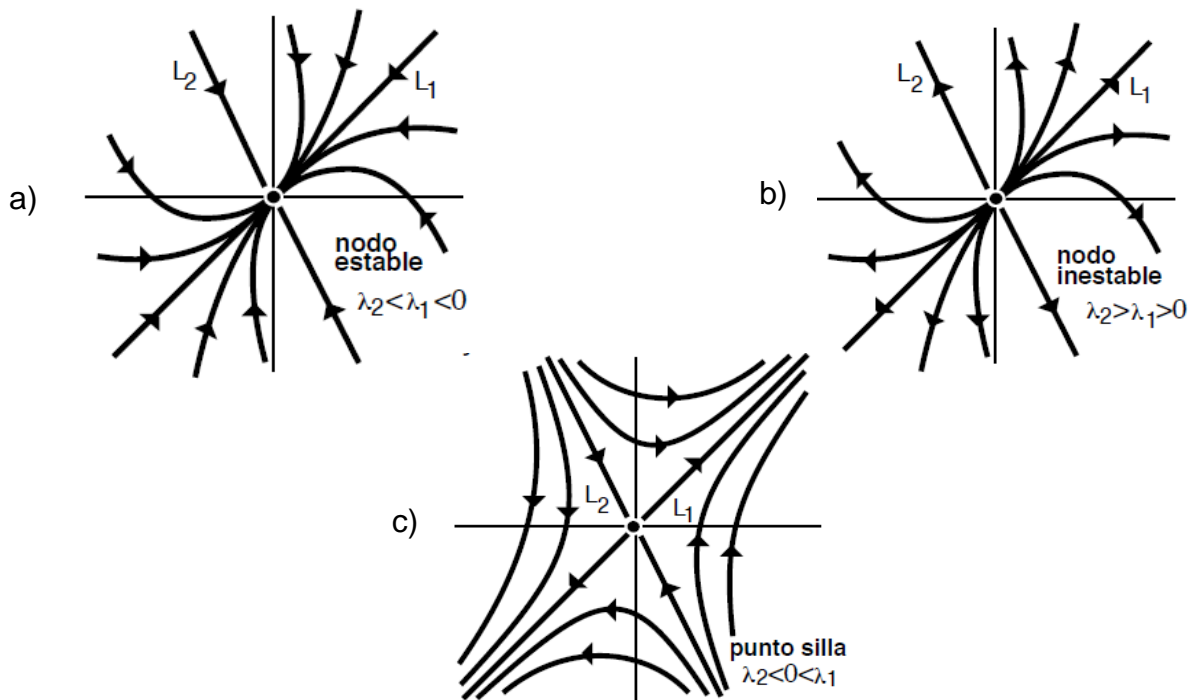
Dada la siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x + 3y \\ \frac{dy}{dt} &= 5x + 3y \end{aligned} \tag{1}$$

1. Compruebe en el intervalo  $\langle -\infty, +\infty \rangle$ ,  $X_1 = \begin{bmatrix} e^{-2t} \\ 2e^{-2t} \end{bmatrix}$  es una solución de la ecuación (1)

2. Compruebe en el intervalo  $\langle -\infty, +\infty \rangle$ ,  $X_2 = \begin{bmatrix} 3e^{6t} \\ 5e^{6t} \end{bmatrix}$  es una solución de la ecuación (1)

3. ¿cuál de los siguientes retratos de fase corresponden aproximadamente al sistema (1)?

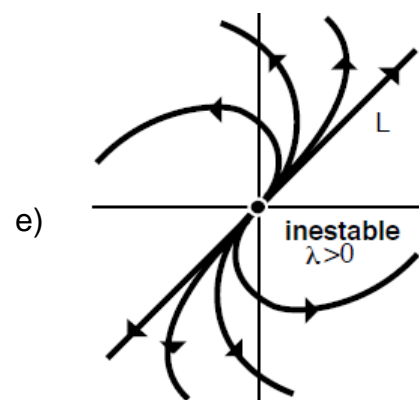
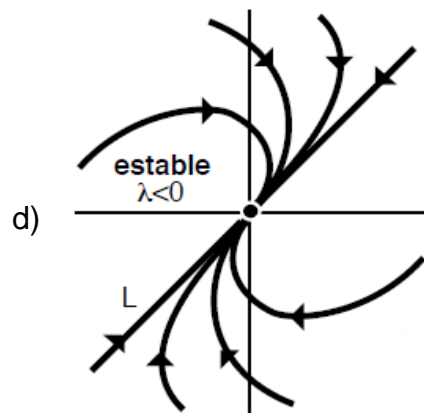
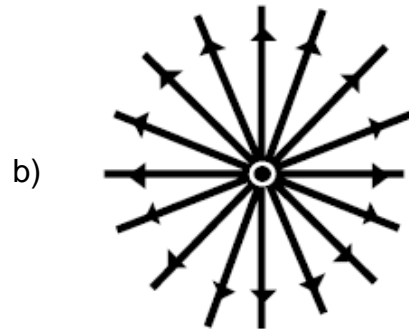
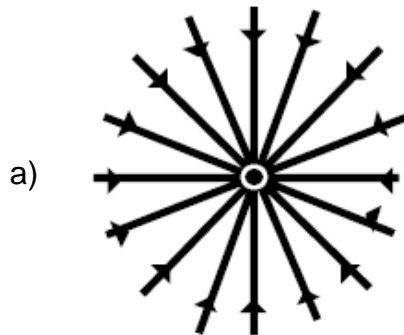




4. ¿Cuál de los siguientes retratos de fase corresponden aproximadamente al sistema (2)?

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 2x \\ \frac{dy}{dt} &= 2y\end{aligned}$$

(2)



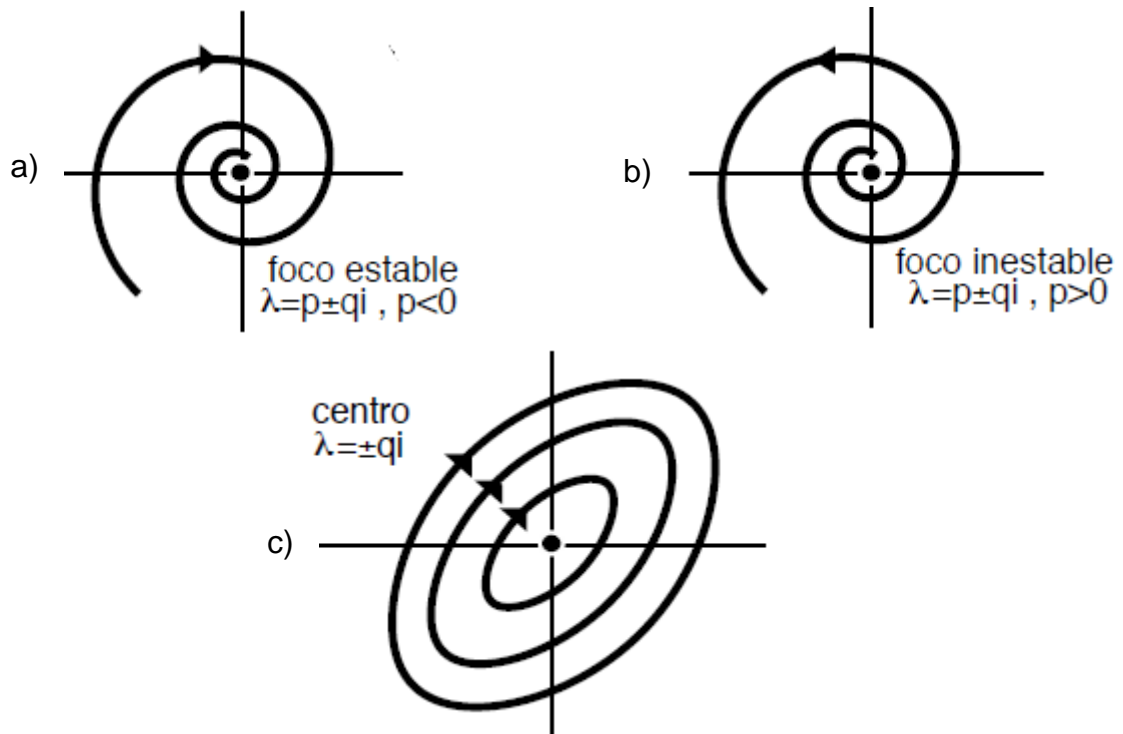
5. Comprobar que la solución general del sistema (1) en el intervalo  $\langle -\infty, +\infty \rangle$ , es

$$X = c_1 \begin{bmatrix} e^{-2t} \\ 2e^{-2t} \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 3e^{6t} \\ 5e^{6t} \end{bmatrix}$$

6. ¿Cuál de los siguientes retratos de fase corresponden aproximadamente al sistema (3)?

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -2x - y \\ \frac{dy}{dt} &= x - 2y\end{aligned}$$

(3)



7. Dada la siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 2x + 3y \\ \frac{dy}{dt} &= 2x + y \end{aligned} \quad (3)$$

8. Determinar la solución general del sistema (3)

a)  $x(t) = -c_1 e^t - 2c_2 e^{-4t}$   
 $y(t) = 3c_1 e^t + 3c_2 e^{-4t}$

b)  $x(t) = c_1 e^{-t} + 3c_2 e^{4t}$   
 $y(t) = -c_1 e^{-t} + 2c_2 e^{4t}$

c)  $x(t) = c_1 e^{-t} + 3c_2 e^{-4t}$   
 $y(t) = -c_1 e^{-t} - 2c_2 e^{-4t}$

d)  $x(t) = 2c_1 e^{-2t} - 3c_2 e^{4t}$   
 $y(t) = -c_1 e^{-2t} + 2c_2 e^{4t}$

9. ¿Cómo compruebo que mi respuesta es correcta?

- a) Cuando la solución satisface al sistema de ecuaciones diferenciales
- b) Cuando la primera derivada de la solución es acotada
- c) Cuando la solución satisface la condición de Lipchitz
- d) Cuando la solución es diferenciable

## FICHA DE REGISTRO: Pre test-Post test y observación

Nombres y Apellidos: .....

Escuela Profesional.....

Código: .....Sección: .....

CONTENIDO	INDICADORES	PUNTAJES		OBSERVACIÓN									
		PRE TEST	POST TEST	"ANTES"				"DESPUES"					
				C	B	A	AD	C	B	A	AD		
Problemas 1, 2 y 3 pregunta 1	Comprueba la primera solución particular												
Problemas 1, 2 y 3 pregunta 2	Comprueba la segunda solución particular												
Problemas 1, 2 y 3 pregunta 3	Comprueba la solución general												
Problemas 1, 2 y 3 pregunta 4	Identifica los retrato de fases de EDO con auto valores reales y distintos												
Problemas 1, 2 y 3 pregunta 5	Identifica los retrato de fases de sistema de EDO con auto valores reales e iguales												
Problemas 1, 2 y 3 pregunta 6	Identifica los retrato de fases de sistema de EDO con auto valores complejas												
Problemas 1, 2 y 3 pregunta 7	Determina los auto valores y auto vectores												
Problemas 1, 2 y 3 pregunta 8	Deduca la solución general de sistema de EDO												
Problemas 1, 2 y 3 pregunta 9	Verifica el resultado obtenido												
(SUB TOTALES)				<b>Leyenda: NIVEL DE APRENDIZAJE</b> C:BAJO (en inicio) B: MEDIO (en proceso) A:ALTO (logro previo) AD: MUY ALTO (logro destacado)									

Docente: Mg. Richar Marlón Mollinedo Chura

Fecha:.....

## GUIA DE PRACTICAS N° 1

### 1. OBJETIVOS

- El objetivo principal es demostrar que `pplane8.m` (Matlab) es una herramienta computacional adecuada y eficiente, para analizar y representar por sistemas dinámicos autónomos.
- Brindar una herramienta de apoyo que facilite el aprendizaje de un lenguaje de programación como lo es MatLab. De tal manera desarrollar en el alumno habilidades de programación estructurada para la resolución de problemas matemáticos haciendo uso del lenguaje Matlab

### 2. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

En los modelos dinámicos es muy importante estudiar los estados estacionarios (también llamados puntos críticos o puntos de equilibrio) y su estabilidad (Roffel & Betlem, 2006), ya que definen el rendimiento de entrada/salida del sistema. Entonces, se puede decir que un sistema dinámico puede tener cero, uno o más puntos críticos. Un punto crítico representa una condición estacionaria en la dinámica del sistema (Bakshi & Bakshi, 2008). El estudio de los puntos de equilibrio es de suma importancia ya que estos proporcionan la información necesaria para obtener las propiedades naturales de sistemas autónomos de ecuaciones diferenciales ordinarias. De tal manera que, la estabilidad de los sistemas lineales y no-lineales de ecuaciones diferenciales ordinarias es caracterizada por la naturaleza de sus puntos singulares.

La estabilidad de un sistema puede pensarse como una continuidad en su comportamiento dinámico (Bubnicki, 2005). Si se presenta un cambio pequeño en las entradas o condiciones iniciales, un sistema estable presentara pequeñas compensaciones en su respuesta perturbada (Chau, 2002). Por otro lado, en un sistema inestable cualquier perturbación, por pequeña que sea, llevará estados y/o salidas a crecer sin límite, desintegrarse o saturarse. Es evidente entonces que la estabilidad es un requerimiento básico de los sistemas dinámicos destinados a realizar operaciones o procesar señales, y es lo primero que debe garantizarse en el diseño de un sistema de control (Tayet al., 1997; Fairman, 1998).

## Sistemas de ecuaciones diferenciales

Considérese un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias aquel que tiene la forma de la ecuación siguiente (Evans, 2004).

$$x' = F(t, x) \quad x(t_0) = x_0 \quad (1)$$

Donde  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $t \geq 0$  se dice que el sistema definido por la ecuación (1) es autónomo o invariante en el tiempo, si  $F$  no depende de  $t$ , esto es,  $x' = F(x)$   $x(t_0) = x_0$  y no autónomo o variante en el tiempo

### Punto de Equilibrio o Crítico

Sea  $x_s$  es llamado punto de equilibrio de la ecuación (1) si  $f(t, x) = 0 \quad \forall t \geq 0$ . Por notación y como propiedad de la (1), considérese al origen 0 como un punto de equilibrio  $x_0 \in \Omega$  (Sastry & Bodson, 1989). Los puntos de equilibrio pueden ser analizados mediante un análisis de plano de fases. Los puntos críticos pueden ser determinados fácilmente para un sistema autónomo de dos ecuaciones diferenciales ordinarias con ayuda de un método numérico para el cómputo de raíces, por ejemplo el método de Newton para varias variables.

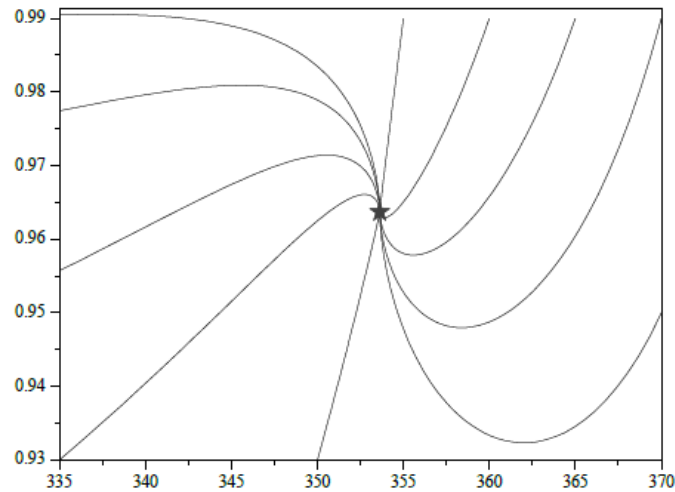
### Análisis de Plano de Fases

Consideremos sistema de EDOS de primer orden lineal bidimensional y los diagramas de fase  $x' = F(x, y)$  como un método analítico, gráfico muy útil y empleado para analizar y caracterizar sistemas autónomos de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden y en sistemas de dos ecuaciones diferenciales, mediante la observación y análisis de la pendiente de las trayectorias que pasan a través de un punto determinado. Dicho análisis es representado por la siguiente ecuación (Slotine & Li, 1991).

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{f_1(x_1, x_2)}{f_2(x_1, x_2)} \quad (2)$$

Dónde:  $f_1(x_1, x_2)$  y  $f_2(x_1, x_2)$  son no-lineales. Asumiendo que las funciones  $f_1(x_1, x_2)$  y  $f_2(x_1, x_2)$  pueden ser evaluadas con cualquier simple valor  $(x_1, x_2)$  entonces, usualmente existe un valor definido de la pendiente para cualquier punto dado en el plano de fases, esto implica que las trayectorias de las fases no se intersectan. Pero cuando son evaluadas en sus puntos críticos o singulares, el valor de la pendiente es

$0/0 \rightarrow$  que es indeterminada (Stoline & Li, 1991; Lee, 1992; Coughanowr & LeBlanc, 2009). Entonces, muchas de las trayectorias de la fase deben de intersectarse en los puntos singulares tal como se observa en la siguiente figura



### Criterios de Estabilidad de los Puntos Críticos de Sistemas Lineales

Los valores propios de la matriz  $A$  pueden asumir alguna de las descripciones de la Tabla 1, en la cual se muestra el resumen del comportamiento de la dinámica de la mayoría de los sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales, asignando nombres a los tipos de puntos críticos y su tipo de estabilidad. Los valores propios son calculados de la forma  $\det(A - I\lambda) = 0$

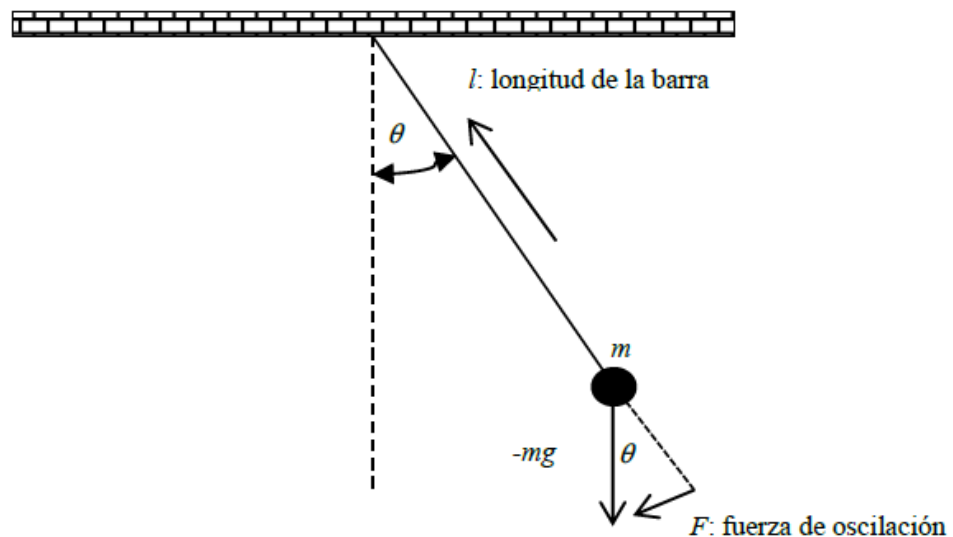
Tabla 1: Resumen del comportamiento de sistemas lineales (Coughanowr & LeBlanc, 2009)

Valores propios	Descripción de las raíces	Tipos de punto crítico	Estabilidad
$\lambda_1 > \lambda_2 > 0$	reales, distintas ambos signos positivos	nodo	inestable
$\lambda_1 < \lambda_2 < 0$	reales, distintas ambos signos negativos	nodo	estable
$\lambda_2 < 0 < \lambda_1$	reales, distintas signos opuestos	Punto silla	inestable
$\lambda_1 = \lambda_2 > 0$ <b>vectores propios independiente</b>	reales, repetidas, signos positivos	nodo correcto o punto neutro	inestable
$\lambda_1 = \lambda_2 < 0$ <b>vectores propios independiente</b>	reales, repetidas, signos negativos	nodo correcto o punto neutro	inestable

$\lambda_1 = \lambda_2 > 0$ <b>vectores propios inexistentes</b>	reales, repetidas, signos positivos	nodo incorrecto	inestable
$\lambda_1 = \lambda_2 < 0$ <b>vectores propios inexistentes</b>	reales, repetidas, signos negativos	nodo incorrecto	estable
$\lambda = a \pm ib, a > 0$	complejo parte real positivos	espiral	inestable
$\lambda = a \pm ib, a < 0$	complejo parte real negativa	espiral	estable
$\lambda = a \pm ib, a = 0$	solo parte imaginaria	Centro o elipse	estable

### 1. CASO DE ESTUDIO 1 (SISTEMA FÍSICO):

Considere el movimiento de una masa,  $m$ , la cual se hace oscilar en el extremo de una barra rígida, tal como se representa en la Figura 2. Asumir que la resistencia del aire es despreciable. La ec. 9 representa el modelo matemático del sistema físico. Así mismo, en la Tabla 2 son desplegados los parámetros físicos del sistema físico.



La aceleración de la partícula es  $a_t = \frac{dv}{dt}$ .

Aquí es importante recordar que la componente tangencial de la aceleración describe únicamente los cambios en el módulo de la velocidad de la partícula, mientras que la aceleración normal da cuenta de los cambios en la dirección de la velocidad con el tiempo.

Entonces, la segunda ley de Newton se escribe:  $ma_t = mg \sin \theta$

La relación entre la aceleración tangencial  $a_t$  y la aceleración angular  $\alpha$  es  $a_t = \alpha l$ . La ecuación del movimiento se escribe en forma de ecuación diferencial:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \text{sen}\theta = 0$$

Realizando el cambio de variable es  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \frac{dx_1}{dt}$  tenemos el siguiente sistema de ecuación diferencial ordinaria no lineal:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\frac{g}{l} \text{sen} x_1 \end{aligned}$$

Tabla 2: Parámetros del péndulo.

parámetros	Descripción	Valor	Unidades
$g$ :	Constante de gravedad	9.81	$m/s^2$
$l$ :	Longitud de la barra	1	$m$

## 2. MATERIALES Y EQUIPOS.

- Lápiz
- Papel
- Libros o apuntes de apoyo
- Computadora (instalado el Software Matlab)

## 3. PROCEDIMIENTO

- Enciende la computadora.
- Ingresamos al Software Matlab, se puede hacer a través del botón inicio del sistema operativo Windows, en la opción todos los programas, en la carpeta Matlab
- Abrir y hacer clic en el icono Run, para correr la subrutina *pplane8.m* Matlab
- Se genera una sub-ventana tal como se muestra en la Figura 5. Escribir correctamente las dos ecuaciones diferenciales que representan el sistema a analizar, así como el rango de valores de la variable independiente y la variable dependiente. Note que solo tiene espacio para seis parámetros.



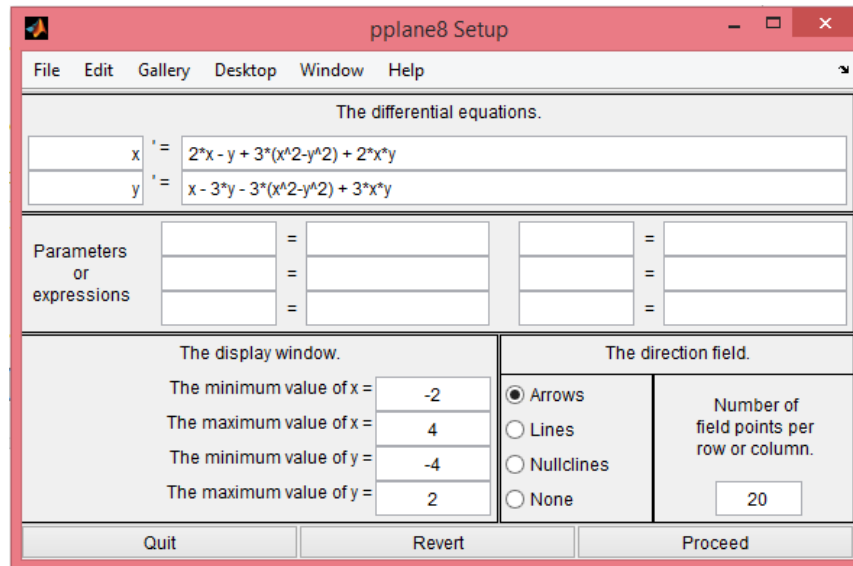


Figura 5: Retrato de fase con pplane8.m (MATLAB® toolbox).

- En la ventana de pplane8 setup de MATLAB® toolbox. Ingresamos las ecuaciones diferenciales del péndulo, especifican las constantes del sistema y los valores máximos y mínimos de los ejes  $x_1$  y  $x_2$ , tal como se muestra en la siguiente figura 5

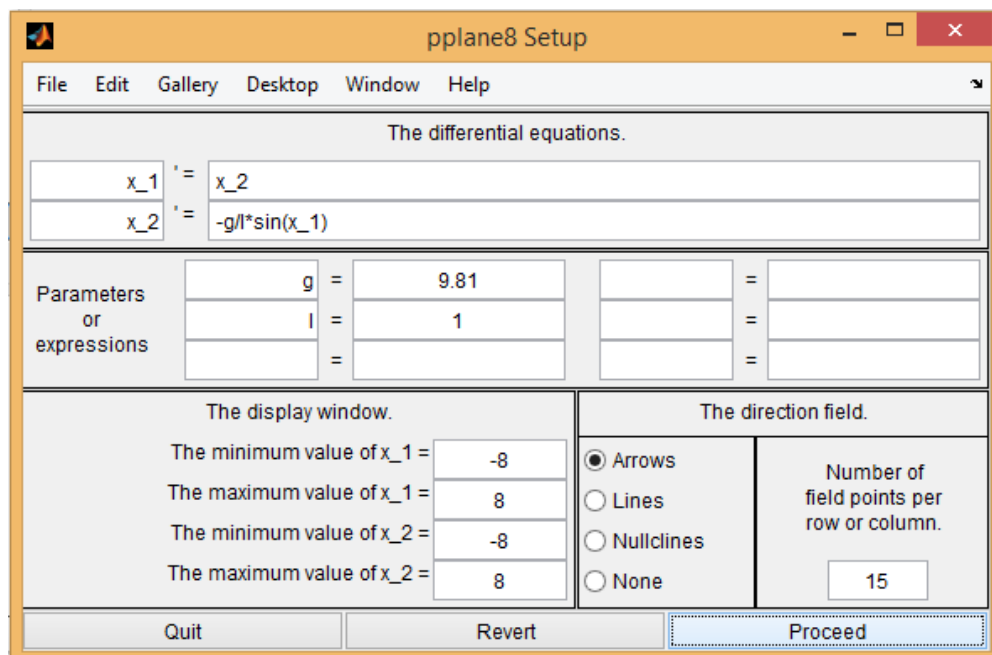


Figura 5: Sistema físico en pplane8.m.

- Ejecutando el programa con el botón Proceed, Hacer clic en Solutions/Show nullclines para encontrar el espacio nulo o puntos críticos. tendremos una salida como en la siguiente figura 6.

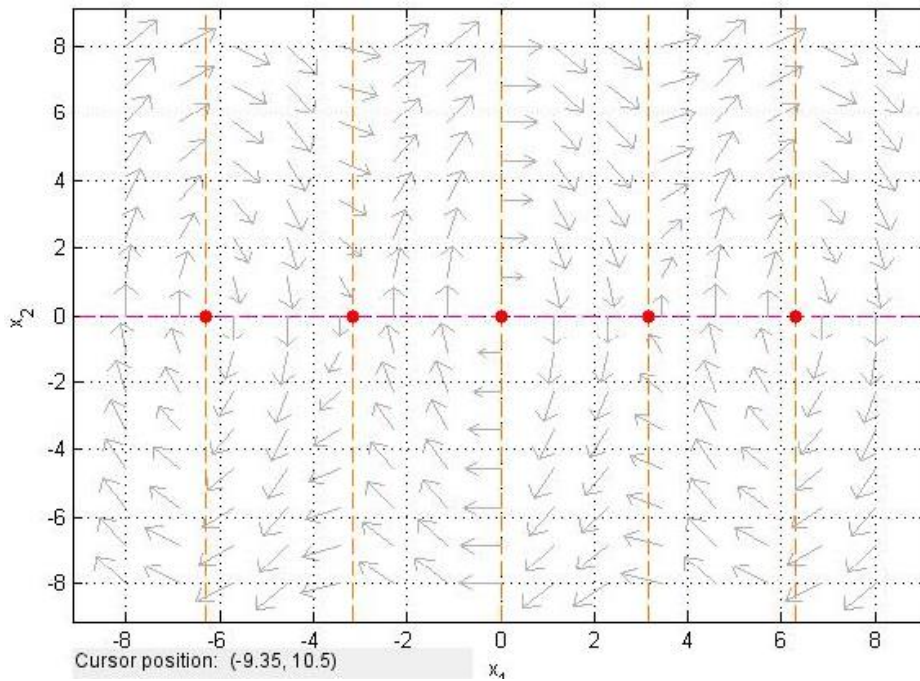


Figura 6: Puntos críticos del péndulo

- Ejecutando el programa con el botón Proceed y Hacer clic en el área de la gráfica para encontrar las trayectorias que se encuentran cercanas a los puntos críticos. Tendremos una salida como en la siguiente figura 7.

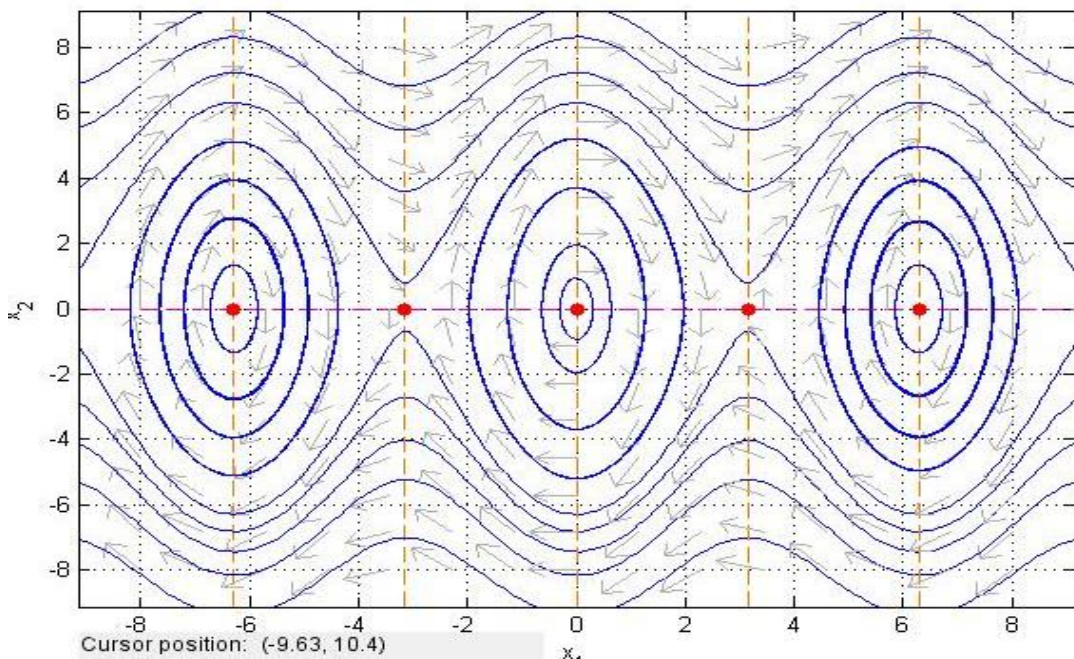
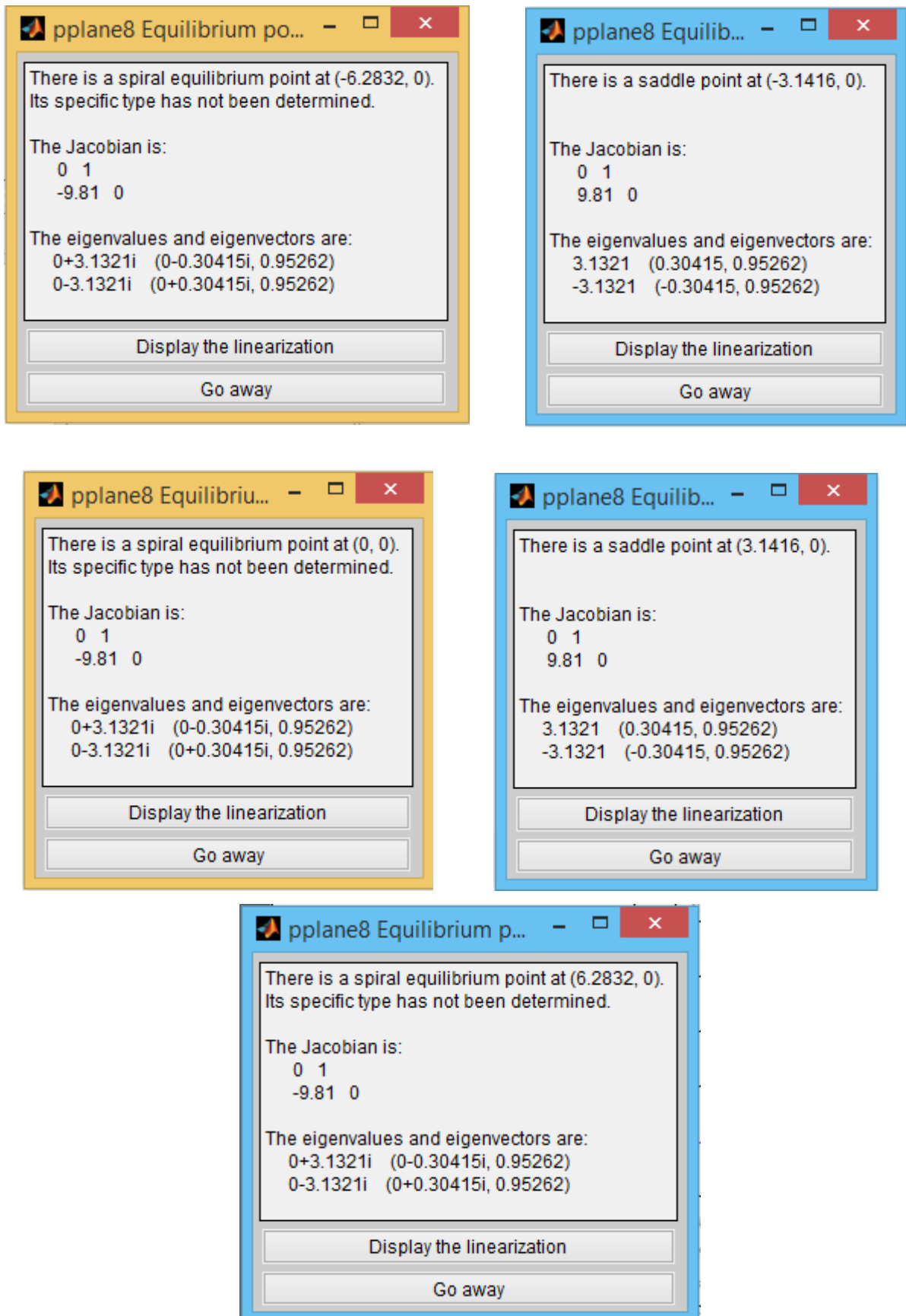


Figura 7: Retrato fase del péndulo

- Ejecutando el programa con el botón Proceed y Hacer clic en Solution/Find an equilibrium point para encontrar un punto crítico. En la cual se genera una sub-sub-

ventana que muestra el punto crítico, valores propios, vectores propios y el comportamiento del punto crítico una salida como en la siguiente figura 8.



#### 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Tabla 6 se encuentra el resumen del análisis de algunos de los puntos críticos del sistema autónomo físico. En dicha tabla se observa que los puntos centro son estables mientras que los puntos silla son inestables. Para el control de procesos los puntos inestables son los de interés para implementar un sistema de control.

Tabla 6: Resumen de puntos críticos del fenómeno físico.

<b>No</b>	<b>Punto crítico</b> $(x_1, x_2)$	<b>Valor propio</b> $\lambda_1, \lambda_2$	<b>Descripción de la raíz</b>	<b>comportamiento</b>	<b>Estabilidad</b>
<b>1</b>	$(-2\pi, 0)$	$\pm 3.1321i$	Imaginaria, sin parte real	Punto Centro	Estable
<b>2</b>	$(-\pi, 0)$	$\pm 3.1321$	Real, iguales, signo opuesto	Punto Silla	Inestable
<b>3</b>	$(0, 0)$	$\pm 3.1321i$	Imaginaria, sin parte real	Punto Centro	Estable
<b>4</b>	$(\pi, 0)$	$\pm 3.1321$	Real, iguales, signo opuesto	Punto Silla	Inestable
<b>5</b>	$(2\pi, 0)$	$\pm 3.1321i$	Imaginaria, sin parte real	Punto Centro	Estable